

說明：

- (1) 範圍：選物二 3-3 力學能守恆~4-2 一維彈性碰撞  
 (2) 命題教師：蘇盈嘉

注意：答案卡(1~22 題) 作答卷(23~32 題)之班級、座號、姓名劃記及書寫錯誤者扣 5 分

一、單選題(1~15 題，每題 3 分，共 45 分)

1. ( ) 雲霄飛車是一種常見於主題樂園中的遊樂設施，其軌道通常有如圖所示的迴圈。若考慮正圓的迴圈軌道，且軌道可視為在一鉛直面上，雲霄飛車的車廂在沒有動力驅動之下，沿著軌道內側繞行，且軌道只能提供向心力，摩擦阻力可忽略，重力加速度為  $g$ ，則當車廂可沿整個圓圈軌道繞行時，車廂在軌道最低點的加速度量值至少為何？



- (A)  $2g$  (B)  $3g$  (C)  $4g$  (D)  $5g$  (E)  $6g$

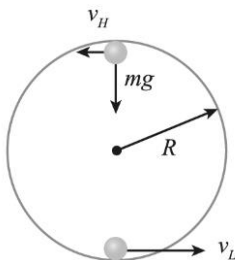
【中】

【課本題, Super 講義題, 107 指考題】

解答 D

解析 (a) 如圖所示，設軌道半徑為  $R$ 、車廂恰可通過最高點時的速率為  $v_H$ ，此時軌道的正向力為零，由重力提供所需的向心力

$$\Rightarrow mg = m \frac{v_H^2}{R} \Rightarrow v_H = \sqrt{gR} \text{。}$$

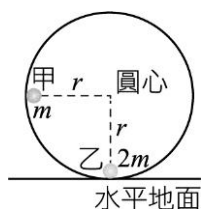


(b) 承(a)，設車廂恰到達最低點時的速率為  $v_L$ ，由力學能守恆

$$\Rightarrow \frac{1}{2} m v_H^2 + mg \times 2R = \frac{1}{2} m v_L^2 \Rightarrow v_L = \sqrt{5gR}$$

$$\Rightarrow \text{此時車廂的加速度量值 } a = \frac{v_L^2}{R} = 5g$$

2. ( ) 如圖所示，一個被固定在鉛直面上，半徑為  $r$  的圓形光滑軌道玩具，將質量分別為  $m$  與  $2m$  的甲與乙兩質點，靜置於光滑圓形軌道內緣，甲離水平地面的高度為  $r$ ，而乙位於軌道最低點。當甲自靜止開始沿著軌道下滑後，與乙發生正面彈性碰撞。碰撞後乙沿軌道可爬升的最大鉛直高度為下列何者？



- (A)  $r$  (B)  $\frac{2}{3}r$  (C)  $\frac{1}{2}r$  (D)  $\frac{4}{9}r$  (E)  $\frac{1}{3}r$

【易】

【課本題, Super 講義題, 108 指考題】

解答 D

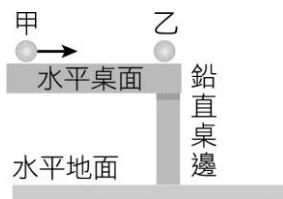
解析 (a) 設碰撞前瞬間甲的速度為  $v$ ，由力學能守恆  $\Rightarrow mgr = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v = \sqrt{2gr}$

(b) 由碰撞公式可得碰撞後乙的速度  $v_Z = \frac{2m-m}{m+2m} \times 0 + \frac{2m}{m+2m} \times \sqrt{2gr} = \frac{2}{3}\sqrt{2gr}$

(c) 設乙可上升的最大高度為  $h$ ，由力學能守恆

$$\Rightarrow 2m \times gr = \frac{1}{2} \times 2m \times v_Z^2 \Rightarrow h = \frac{v_Z^2}{2g} = \frac{(\frac{2}{3}\sqrt{2gr})^2}{2g} = \frac{4r}{9}$$

3. ( ) 如圖所示，水平光滑桌面上的甲球向右等速滑行，過程中無滾動，接著與靜置於桌邊的乙球作正向(面)彈性碰撞。碰撞後兩球各自落於水平地面上，落地過程中兩球僅受重力。已知甲、乙兩球半徑相同，質量分別為  $2m$  及  $m$ ，落地點與鉛直桌邊底部的水平距離分別為  $P$  和  $Q$ ，則  $\frac{P}{Q}$  之值為何？



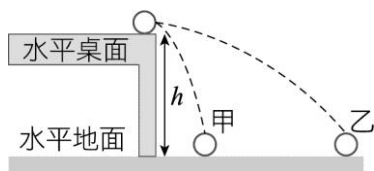
- (A) 2 (B) 1 (C)  $\frac{1}{2}$  (D)  $\frac{1}{4}$  (E)  $\frac{1}{8}$

【易】

【Super 講義題, 100 指考題】

解答 D

解析 (a) 此為「較重物體碰撞較輕的靜止物體」之情形，故碰撞後兩球皆作水平拋射運動，如圖所示

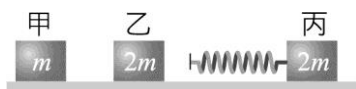


(b) 由  $h = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$ ，今兩球高度  $h$  相等，故飛行時間  $t$  亦相等

(c) 設碰撞前 A 球滑行的速度為  $v$ ，則碰撞後的速度：

$$\begin{cases} v_{甲}' = \frac{m_{甲} - m_{乙}}{m_{甲} + m_{乙}} v_{甲} = \frac{2m - m}{2m + m} v = \frac{1}{3}v \\ v_{乙}' = \frac{2m_{甲}}{m_{甲} + m_{乙}} v_{甲} = \frac{2 \times 2m}{2m + m} v = \frac{4}{3}v \end{cases} \Rightarrow \frac{P}{Q} = \frac{v_{甲}' \times t}{v_{乙}' \times t} = \frac{v_{甲}'}{v_{乙}'} = \frac{\frac{1}{3}v}{\frac{4}{3}v} = \frac{1}{4}$$

4. ( ) 在光滑水平面上，有甲、乙、丙三個金屬塊，質量分別為  $m$ 、 $2m$  及  $2m$ ，其質心成一直線，其中丙連接一理想彈簧，如圖所示。初始時，乙、丙為靜止，而甲以速度  $v$  向右與乙進行正面彈性碰撞，若所有金屬塊間的碰撞可視為質量集中於質心的質點間彈性碰撞，且彈簧質量可以忽略，則碰撞後，丙的最大速率為何？



- (A)  $\frac{1}{5}v$  (B)  $\frac{2}{5}v$  (C)  $\frac{1}{2}v$  (D)  $\frac{2}{3}v$  (E)  $v$

【易】

【Super 講義題, 104 指考題】

解答 D

解析 (a) 甲、乙先發生碰撞，碰撞後甲反彈往左運動不再發生碰撞，而乙則向右運動，其速率

$$v_{乙} = \frac{2m}{m+2m} v = \frac{2}{3}v$$

(b) 乙、丙再發生碰撞，由於兩者質量相等，碰撞後兩者速度交換，故丙的最大速率

$$v_{丙} = v_{乙} = \frac{2}{3}v$$

5. ( ) 一質量為  $m$  之物體固定在一理想彈簧的右端，靜置在水平面上，彈簧的左端固定。設向右拉動物體一小距離，使彈簧較原長伸長  $2x$  時，彈簧的位能為  $U$ 。放手後物體由靜止往左運動通過平衡點後，當彈簧較原長減縮  $x$  時，彈簧的

位能為若干？ (A)  $\frac{U}{4}$  (B)  $-\frac{U}{4}$  (C)  $-U$  (D)  $\frac{U}{2}$  (E)  $-\frac{U}{2}$

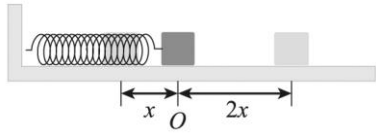
【中】

【Super 講義題, 指考題】

**解答** A

**解析** 依題意繪圖如附圖：

$$\begin{cases} U = \frac{1}{2}k(2x)^2 \dots\dots ① \\ U' = \frac{1}{2}k(-x)^2 = \frac{1}{2}kx^2 \dots\dots ② \end{cases} \Rightarrow \frac{②}{①} \text{ 得 } \frac{U'}{U} = \frac{1}{4} \Rightarrow U' = \frac{1}{4}U$$



6. ( ) 一物體在光滑水平面上作簡諧運動，當其位移為振幅一半時，速率為  $v$ ，則此物體通過位移為零之平衡點時的速率為下列何者？ (A)  $2v$  (B)  $\frac{2\sqrt{3}}{3}v$  (C)  $v$  (D)  $\frac{\sqrt{3}}{2}v$  (E)  $\frac{1}{2}v$

【中】

【課本題, Super 講義題, 107 指考題】

**解答** B

**解析** 設該振動為彈簧的 SHM，如此即可利用力學能守恆解題  
設振幅為  $R$ ，平衡點處的速率為  $v_0$ ，

$$\text{由力學能守恆：} \frac{1}{2}k\left(\frac{R}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}kR^2 + 0 \Rightarrow kR^2 = \frac{4}{3}mv^2$$

振幅一半處                      端點

$$\Rightarrow \frac{1}{2}kR^2 + 0 = 0 + \frac{1}{2}mv_0^2 \Rightarrow \frac{4}{3}mv^2 = mv_0^2 \Rightarrow v_0 = \frac{2\sqrt{3}}{3}v$$

端點                      平衡點

7. ( ) 將一塊小石塊斜拋至空中，然後落地，過程請忽略空氣阻力。則對此過程之敘述，以下何者正確？ (A) 石塊最高點時，位能最大 (B) 石塊上升時，力學能持續增加 (C) 石塊在落地瞬間，力學能最大 (D) 石塊落地時，加速度最大 (E) 石塊在最高點動能最大

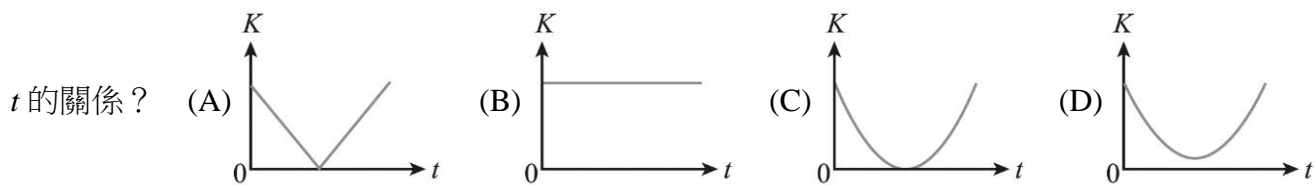
【易】

【(修)聯考題】

**解答** A

**解析** 拋射過程，力學能守恆，且加速度為定值

8. ( ) 將足球用力向斜上方踢，球向空中飛出，若不考慮空氣阻力，則下列哪一圖可以代表球的動能  $K$  與落地前飛行時間  $t$  的關係？



【易】

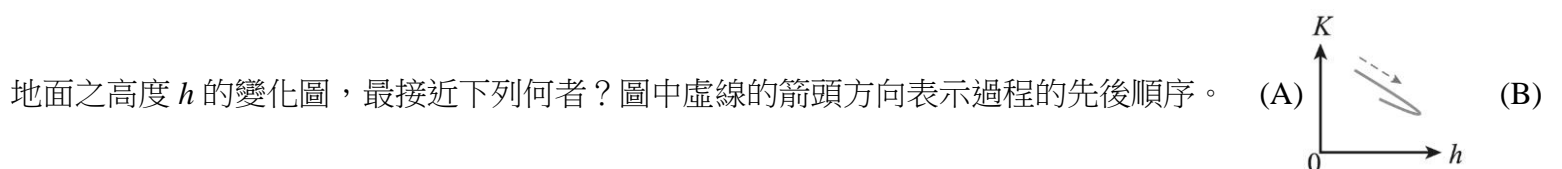
【Super 講義題, 學測題】

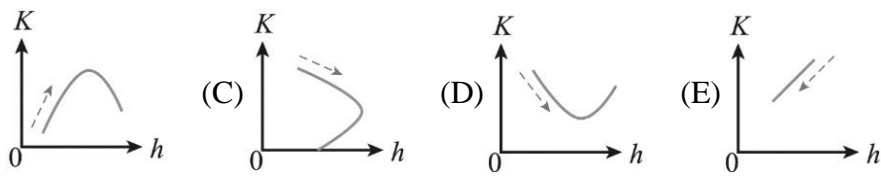
**解答** D

**解析** 足球的運動軌跡為拋物線：

- (a) 在上升過程中，鉛直高度愈來愈高，故重力位能愈來愈大，由力學能守恆可知，其動能愈來愈小。
  - (b) 在最高點時仍有水平速度，故動能不為零。
  - (c) 下降過程中，鉛直高度愈來愈低，故重力位能愈來愈小，由力學能守恆可知，其動能愈來愈大。
- 由(a)(b)(c)可知，正確選項為(D)

9. ( ) 某生打籃球時在罰球線上立定向斜上方拋投，投入一個空心球。球從離手到進入籃框為止的過程中，其動能  $K$  隨距





【易】

【Super 講義題, 104 指考題】

解答 A

解析 題意如圖所示。



(a) 在最高點之前：動能漸減、位能漸增。

(b) 在最高點之後：動能漸增、位能漸減，但考慮空氣阻力的作用，籃球在運動過程中會損失部分力學能，故落回相同高度時，動能應略為變小。

由(a)(b)的討論可知，以(A)選項的圖形最正確

10. ( ) 鋼球 1 kg、鋁球 0.2 kg，兩球發生正向相撞，下列敘述何者正確？ (A) 鋁球受到撞擊力的量值是鋼球的五倍 (B) 鋁球動量改變量的量值是鋼球的五倍 (C) 鋁球速度改變量的量值是鋼球的五倍 (D) 鋁球動能改變量的量值是鋼球的五倍

【易】

【Super 講義題, 學測題】

解答 C

解析 (A)×：由於作用力與反作用力量值相等，方向相反，故撞擊力的量值兩球相等 (B)×：由  $F = \frac{\Delta p}{\Delta t}$ ，兩球的  $F$  相等，

故動量改變量量值  $\Delta p$  相等 (C)○：由於兩球動量改變量量值相等  $\Delta p = m\Delta v \Rightarrow \Delta v \propto \frac{1}{m} \Rightarrow \frac{\Delta v_{\text{鋁球}}}{\Delta v_{\text{鋼球}}} = \frac{1}{0.2} \Rightarrow \Delta v_{\text{鋁球}} = 5\Delta v_{\text{鋼球}}$

(D)×：(a) 若碰撞後無動能損失，則一個動能增加，另一個動能一定減少，兩者的動能改變量量值相等

(b) 若碰撞後有動能損失，其中之一的動能減少量必大於另一個動能的增加量，但並沒有五倍的關係

11. ( ) 在平直光滑軌道上有一運動中的甲玩具車，質量為  $m_1$ ，與另一質量為  $m_2$  的靜止乙玩具車發生正面的彈性碰撞，碰撞後甲車反彈，乙車則沿甲車碰撞前之運動方向前進，若碰撞後兩車的速率相同，則  $m_1$  與  $m_2$  的關係為下列何者？ (A)  $3m_1 = m_2$  (B)  $2m_1 = m_2$  (C)  $m_1 = 2m_2$  (D)  $m_1 = 3m_2$  (E)  $2m_1 = 3m_2$

【易】

【課本題, Super 講義題, 106 指考題】

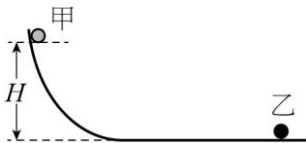
解答 A

解析 設甲車碰撞前速度為  $v$ ，則碰撞後甲車的速度  $v_{\text{甲}}' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}v$ ，乙車的速度  $v_{\text{乙}}' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2}v$ 。

今兩車碰撞後的速率相同但方向相反，故  $v_{\text{甲}}' + v_{\text{乙}}' = 0$ ，

$$\text{即 } \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}v + \frac{2m_1}{m_1 + m_2}v = 0 \Rightarrow m_2 = 3m_1$$

12. ( ) 如圖所示，質量  $m$  的甲球自高度  $H$  處，由靜止開始沿光滑軌道下滑至水平部分後，與質量亦為  $m$  的靜止乙球發生總動能守恆的一維碰撞。已知重力加速度為  $g$ ，且取水平向右為正值速度的方向，則兩球碰撞後，甲球的速度  $v_1$  與乙球的速度  $v_2$  為下列何者？



- (A)  $v_1 = v_2 = \frac{1}{2}\sqrt{2gH}$  (B)  $v_1 = -v_2 = -\frac{1}{2}\sqrt{2gH}$  (C)  $v_1 = -v_2 = \sqrt{gH}$  (D)  $v_1 = 0, v_2 = \sqrt{2gH}$  (E)  $v_1 = 0, v_2 = \sqrt{gH}$

【易】

【111 分科測驗題】

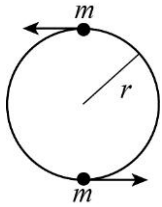
解答 D

解析 1.由於軌道為光滑，故甲球下滑過程遵守力學能守恆，

$$\text{故 } mgH + 0 = 0 + \frac{1}{2}mv_0^2 \Rightarrow v_0 = \sqrt{2gH} \text{ (甲球碰撞前速度)。}$$

2.題目已說明甲乙兩球碰撞為總動能守恆的彈性碰撞，且甲乙兩球質量相等，故碰撞後兩球速度交換， $v_1 = 0$ ， $v_2 = \sqrt{2gH}$

13. ( ) 設二星球質量為  $m$ ，在互相吸引的重力作用下，以半徑  $r$  繞共同質心作圓周運動，如圖，則至少需多少能量，才能將此二星球拆散至相距無限遠？（ $G$  為重力常數）



- (A)  $\frac{2Gm^2}{r}$  (B)  $\frac{Gm^2}{r}$  (C)  $\frac{Gm^2}{2r}$  (D)  $\frac{Gm^2}{4r}$  (E)  $\frac{Gm^2}{8r}$

【中】

【聯考題】

解答 D

解析 二星球間位能  $U_g = -\frac{Gm^2}{2r}$

欲知其中一星球動能，可利用二星球間重力 = 任一星球之向心力

$$\text{即 } \frac{Gm^2}{(2r)^2} = m \frac{v^2}{r}, \text{ 二邊同乘上 } \frac{r}{2}, K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{Gm^2}{8r}$$

$$\text{總動能為 } \frac{Gm^2}{4r}, \text{ 力學能} = \text{動能} + \text{位能} = -\frac{Gm^2}{4r}$$

故需  $\frac{Gm^2}{4r}$  能量才能將二星球拆散至無窮遠處

14. ( ) 兩物體  $A$ 、 $B$  發生迎面碰撞，碰撞後  $A$  和  $B$  都朝  $A$  原來移動的方向運動。下列推論何者正確？ (A)碰撞前  $A$  動量的量值一定比  $B$  大 (B)碰撞前  $A$  的動能一定比  $B$  大 (C)碰撞前  $A$  的速率一定比  $B$  大 (D) $A$  的質量一定比  $B$  大 (E) $A$  的密度一定比  $B$  大

【易】

【Super 講義題, 學測題】

解答 A

解析 在題目所給的資料中，唯一可確定的是碰撞前後的動量守恆，今碰撞後兩物都向  $A$  原來移動的方向運動，故碰撞前的總動量亦朝  $A$  原來移動的方向，即碰撞前  $A$  動量的量值一定比  $B$  大

15. ( ) 高空彈跳者一躍而下，繩索伸長到最大長度時將彈跳者往上拉回，接著彈跳者又落下，然後再被繩索拉回，接連重複數次。在這彈跳過程中，下列何種能量轉換最不可能發生？ (A)彈性位能轉換為重力位能 (B)彈性位能轉換為動能 (C)重力位能轉換為動能 (D)動能轉換為重力位能 (E)阻力產生的熱能轉換為動能。

解答 E

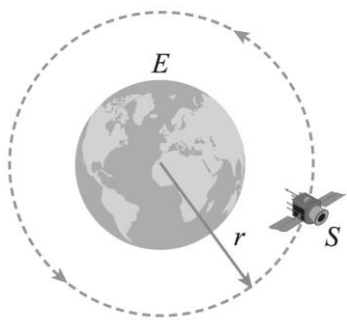
解析：彈性位能、重力位能及動能均是力學能，可以相互轉換，而阻力產生的熱能會散失在空氣，故熱能無法轉換成動能。

出處：各章節歷屆試題

## 二、多選題(16~22 題，每題 5 分，共 35 分，錯一個選項扣 2 分)

16. ( ) 如圖所示，當人造衛星( $S$ )環繞地球( $E$ )作半徑為  $r$  (從地球中心算起)的圓軌道運動時，下列有關該衛星物理量的量值，哪些隨半徑  $r$  的增加而增加(衛星的質量固定)？(應選 2 項)





(A)圓周運動速率 (B)圓周運動的角速率 (C)圓周運動的週期 (D)相對於地球中心點的角動量 (E)動能

【易】

【Super 講義題, 指考題】

解答 CD

解析 (A)×：萬有引力提供衛星作圓周運動的向心力

$$\Rightarrow F = \frac{GMm}{r^2} = \frac{mv^2}{r}$$

$$\Rightarrow \text{速率 } v = \sqrt{\frac{GM}{r}} \propto \frac{1}{\sqrt{r}}$$

$$\Rightarrow r \text{ 增加, 則 } v \text{ 減少 (B) } \times : \text{角速率 } \omega = \frac{v}{r} = \sqrt{\frac{GM}{r^3}} \propto \frac{1}{\sqrt{r^3}} \Rightarrow r \text{ 增加, 則 } \omega \text{ 減少 (C) } \circ : \text{週期 } T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{GM}} \propto \sqrt{r^3} \Rightarrow r$$

$$\text{增加, 則 } T \text{ 增加 (D) } \circ : \text{角動量 } L = rmv = rm \sqrt{\frac{GM}{r}} = m\sqrt{GMr} \propto \sqrt{r} \Rightarrow r \text{ 增加, 則 } L \text{ 增加 (E) } \times : \text{動能}$$

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m \times \frac{GM}{r} = \frac{GMm}{2r} \propto \frac{1}{r} \Rightarrow r \text{ 增加, 則 } K \text{ 減少}$$

17. ( ) 一系統由可視為質點的甲、乙兩星球組成，其質量分別為  $m$  與  $M (M > m)$ ，在彼此間的重力作用下，分別以半徑  $r$  與  $R$  繞系統的質心  $O$  作圓周運動。若質心  $O$  靜止不動，兩星球相距無窮遠時，系統的總重力位能為零，則下列敘述哪些正確？（重力常數為  $G$ ）（應選 2 項） (A)兩星球的動量和為零 (B)兩星球的動能相等 (C)兩星球繞  $O$  運動的週期相等 (D)兩星球的總重力位能為  $-GmM(\frac{1}{r} + \frac{1}{R})$  (E)兩星球的質量與繞行半徑有  $mR = Mr$  的關係

【中】

【Super 講義題, 指考題】

解答 AC

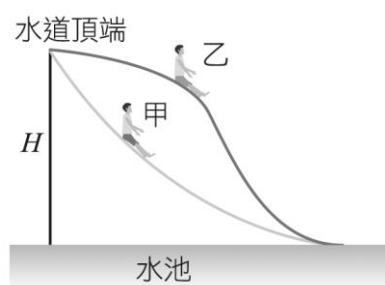
解析 (A)○：由於系統的質心不動，故系統不受外力，總動量為零 (B)×：動能  $K = \frac{p^2}{2m}$ ，但由動量守恆知，二星球動量量值相等

$$\Rightarrow \text{動能 } K \propto \frac{1}{m} \Rightarrow \text{甲的動能} : \text{乙的動能} = M : m \text{ (C) } \circ : \text{由於系統的質心不動, 所以 } M \text{ 與 } m \text{ 之相對位置不變, 故 } M \text{ 與}$$

$$m \text{ 的週期相同 (D) } \times : \text{兩星球之重力位能} = -\frac{GMm}{R+r}$$

$$\text{(E) } \times : m\vec{r} + M\vec{R} = 0 \text{ 或 } mr = MR$$

18. ( ) 在水池上有兩個高度同為  $H$ ，但不同形狀的滑水道。甲、乙兩人分別同時自此二水道頂端，由靜止開始下滑，如圖所示。若摩擦力可忽略，下列敘述中哪些是正確的？（應選 2 項）



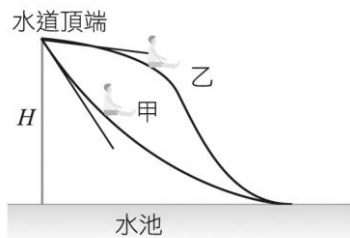
- (A)下滑很短時間後，乙的速率比甲大 (B)到達水道底端時，甲的速率比乙大 (C)到達水道底端時，甲和乙的速率相同 (D)下滑過程中，甲的速率愈來愈大 (E)下滑過程中，甲沿水道切線方向的加速度愈來愈大

【易】

【Super 講義題, 指考題】

解答 CD

解析 (A)×：下滑很短時間時，甲、乙如同在下圖所示的不同斜面上運動。因甲的坡度較大，加速度較大，故經過相同的短時間時，其速率較大



(B)×、(C)○：由力學能守恆： $\frac{1}{2}mv_{底}^2 = \frac{1}{2}mv_{頂}^2 + mgH = 0 + mgH = mgH \Rightarrow v_{底} = \sqrt{2gH}$

今兩水道的高度均為  $H$ ，故到達水道底端時，甲和乙的速率相等

(D)○：下滑過程中，甲的鉛直高度愈來愈低，重力位能一直變為動能，故其速率愈來愈大

(E)×：下滑過程中，甲的水道坡度愈來愈小，故甲沿水道切線方向的加速度愈來愈小

19. ( ) 王先生將半徑相等的甲、乙兩球對撞，以產生一維彈性碰撞，若甲球的質量為乙球的 2 倍，則下列有關兩球碰撞的敘述，哪些正確？（應選 2 項） (A)甲、乙兩球的動量變化量之量值相同 (B)甲球的動量變化量之量值約為乙球的 2 倍 (C)乙球的速度變化量之量值為甲球的 2 倍 (D)甲球的動能變化量為乙球的 2 倍 (E)乙球所受撞擊力的量值為甲球的 2 倍

【中】

【Super 講義題,106 學測題】

解答 AC

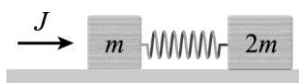
解析 (A)○、(B)×：由動量守恆可知，甲、乙兩球的動量變化量之量值相同

(C)○：承上， $m_{甲}\Delta v_{甲} = m_{乙}\Delta v_{乙} \Rightarrow \Delta v_{乙} = \frac{m_{甲}}{m_{乙}}\Delta v_{甲} = 2\Delta v_{甲}$

(D)×：彈性碰撞前後的總動能守恆，故兩者動能的變化量之絕對值相等

(E)×：由牛頓第三運動定律可知，兩球所受撞擊力的量值相等

20. ( ) 兩木塊質量分別為  $m$  及  $2m$ ，以彈性常數為  $k$  的彈簧相聯，靜置於光滑水平地面上。今以水平衝量  $J$  施於質量為  $m$  之木塊，使整個系統沿直線前進，如圖所示，則下列敘述哪些正確？（應選 2 項）



- (A)質量為  $m$  之木塊初速為  $2\frac{J}{m}$  (B)質量為  $2m$  之木塊初速為  $\frac{J}{2m}$  (C)當兩木塊最靠近時，兩木塊速度都是  $\frac{J}{3m}$  (D)

當兩木塊最接近時，系統總動能為  $\frac{J^2}{9m}$  (E)當兩木塊最接近時，彈簧被壓縮  $\sqrt{\frac{2J^2}{3mk}}$

【中】

【Super 講義題,聯考題】

解答 CE

解析 (A)×：設  $m$  的初速為  $v_1$ ，由衝量 = 動量的變化量  $\Rightarrow J = m(v_1 - 0) \Rightarrow v_1 = \frac{J}{m}$

(B)×：水平衝量作用於  $m$  後， $m$  前進而壓縮彈簧，彈簧之彈性力再使  $2m$  前進。在施予衝量瞬間，因彈簧尚無形變，尚無彈性力作用於  $2m$  上，故  $2m$  的初速為零

(C)○：當兩木塊最靠近時，兩木塊的速度皆等於質心速度  $v_c$

$$\Rightarrow v_c = \frac{m_1v_1 + m_2v_2}{m_1 + m_2} = \frac{m \times \frac{J}{m} + 2m \times 0}{m + 2m} = \frac{J}{3m}$$

(D)×：承(C)，此時的動能  $K = \frac{1}{2}(m+2m)v_c^2 = \frac{1}{2} \times 3m \times \left(\frac{J}{3m}\right)^2 = \frac{J^2}{6m}$

(E)○：令彈簧的最大壓縮量為  $x$ ，由力學能守恆得  $\frac{1}{2} \times m \times \left(\frac{J}{m}\right)^2 = \frac{J^2}{6m} + \frac{1}{2}kx^2 \Rightarrow x = \sqrt{\frac{2J^2}{3mk}}$

21. ( ) 某人拉著紙箱沿斜坡向上等速行走，若此人施加的拉力平行於斜坡的方向，且作用在紙箱上的力只有人施加的拉力、斜面對紙箱的摩擦力、斜面的正向力與重力，則在此等速過程中，下列敘述哪些正確？（應選 3 項）(A)重力對紙

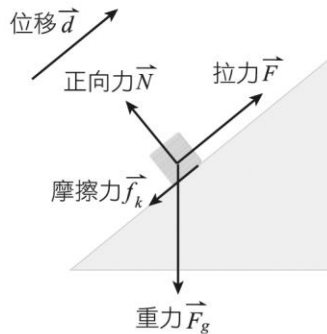
箱作負功 (B)人施加的拉力對紙箱作正功 (C)摩擦力對紙箱作正功,斜面的正向力對紙箱不作功 (D)紙箱的動能沒有增加,代表所有的作用力對紙箱所作的總功為零 (E)紙箱的重力位能增加,代表所有的作用力對紙箱所作的總功為正功

【易】

【Super 講義題,108 指考題】

解答 ABD

解析 位移及力的方向如圖所示：



(A)○：重力與位移夾鈍角，作負功 (B)○：拉力與位移同方向，作正功 (C)×：摩擦力與位移反方向，作負功；正向力與位移垂直，不作功 (D)○：依據功能定理  $W = \Delta K$ ，故紙箱的動能沒有增加，代表所有的作用力對紙箱所作的總功為零 (E)×：保守力對物體所作的功等於位能變化量的負值，重力為保守力，故紙箱的重力位能增加，代表重力對紙箱所作的功為負功。但因等速，所以所有作用力的合力為零，故總功為零

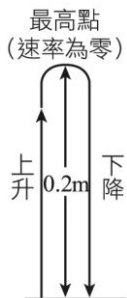
22. ( ) 公園的鯉魚以垂直水面方式躍出，其質心距離水面最大高度約 20 cm。如果只考量重力的影響，則下列有關鯉魚躍出至落回水面的敘述哪些正確？（重力加速度量值為  $10 \text{ m/s}^2$ ）（應選 2 項） (A)鯉魚質心自躍出到落回水面，一共約持續 0.4 s (B)離水面愈高，鯉魚所受重力愈大 (C)離水面愈高，鯉魚質心動能愈大 (D)在最高點處，鯉魚質心速率最大 (E)在最高點處，鯉魚質心速率為零

【易】

【Super 講義題,99 學測題】

解答 AE

解析 (A)○：鯉魚運動的示意圖如圖所示。



設鯉魚質心自最高點到落回水面費時  $t$  s，由  $h = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \times 0.2}{10}} = 0.2 \text{ (s)}$ 。

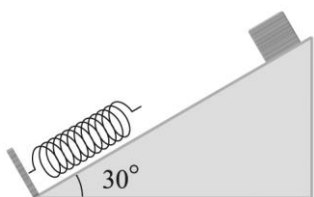
因不考慮阻力，故鯉魚自躍出至最高點亦費時 0.2 s，即鯉魚質心自躍出到落回水面，一共約持續 0.4 s

(B)×：地表附近的重力大小為定值，故不論離水面高度為何，鯉魚所受重力不變  
(C)×：由力學能守恆可知，離水面愈高，鯉魚質心的重力位能愈大，動能愈小  
(D)×、(E)○：在最高點處，鯉魚質心速率最小（為零）

### 三、非選題(23~32，每題 2 分，共 20 分)

23.

一條彈性常數為  $98 \text{ N/m}$ 、原長  $2 \text{ m}$  的輕質彈簧，置於傾斜角為  $30^\circ$  的光滑斜面之底部，如圖所示。若有一質量為  $20 \text{ g}$  之靜止木塊自斜面頂開始自由下滑，可使彈簧產生的最大壓縮量為  $10 \text{ cm}$ （設重力加速度量值  $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ ），試問：





(23) 木塊在到達最低點（當時速率為零）時，在斜面上已經滑行的距離為\_\_\_\_(23)\_\_\_\_m。

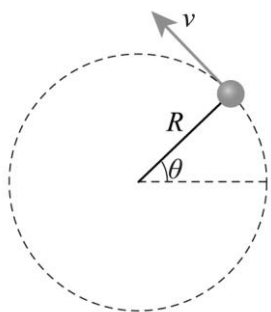
【易】

【Super 講義題, 聯考題】

解答 (23) 5

24.

一條長為  $R$  的繩子綁住一個石塊，讓石塊一開始在鉛直面上作圓周運動，石塊的位置可由石塊—圓心連線和水平線夾角  $\theta$  表示，如圖所示。若石塊在最低處的速率改為  $\sqrt{\frac{7gR}{2}}$ ， $g$  為重力加速度，則石塊在距離軌跡底部多高時會脫離如圖所示之圓形虛線軌跡？ \_\_\_\_ (24) \_\_\_\_



【中】

【Super 講義題, (補)109 指考題】

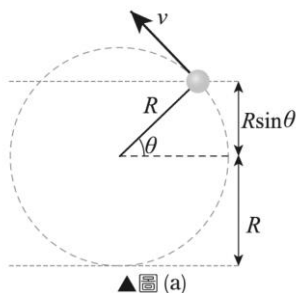
解答 3R/2

解析 設石塊轉到夾角  $\theta$  時恰要脫離，如圖(a)所示，此時速率為  $v$ ，石塊與最低點的高度差  $h = R + R\sin\theta = R(1 + \sin\theta)$ 。

由力學能守恆可得  $\frac{1}{2} \times m \times (\sqrt{\frac{7gR}{2}})^2 = mg(R + R\sin\theta) + \frac{1}{2} mv^2$

$$\Rightarrow \frac{7gR}{4} = gR + gR\sin\theta + \frac{1}{2} v^2$$

$$\Rightarrow v^2 = \frac{3gR}{2} - 2gR\sin\theta = gR(\frac{3}{2} - 2\sin\theta)$$



▲圖 (a)

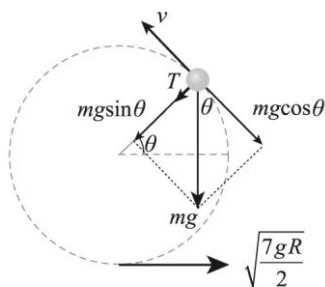
如圖(b)所示，向心力由張力和重力的法向分量提供

$$\Rightarrow T + mg \sin\theta = \frac{mv^2}{R} = mg(\frac{3}{2} - 2\sin\theta)$$

石塊恰要飛離時，張力為零

$$\Rightarrow 0 + mg \sin\theta = mg(\frac{3}{2} - 2\sin\theta)$$

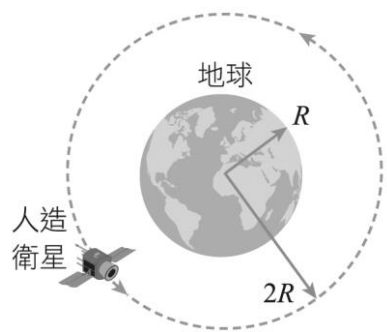
$$\Rightarrow 3\sin\theta = \frac{3}{2} \Rightarrow \sin\theta = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta = 30^\circ$$



▲圖 (b)

25~27.

附圖中有一顆質量為  $m$  的人造衛星環繞地球作半徑為  $2R$  的圓軌道運動， $R$  為地球半徑。地球的質量以  $M$  表示，重力常數以  $G$  表示。試以  $G$ 、 $R$ 、 $M$  及  $m$  表示該人造衛星的：



- (25) 圓周運動的速率為\_\_\_\_(25)\_\_\_\_。
- (26) 圓周運動的週期為\_\_\_\_(26)\_\_\_\_。
- (27) 總力學能為\_\_\_\_(27)\_\_\_\_。

【易】

【Super 講義題, 指考題】

**解答** (25)  $\sqrt{\frac{GM}{2R}}$

(26)  $4\pi R \sqrt{\frac{2R}{GM}}$

(27)  $-\frac{GMm}{4R}$

**解析** (25) 設速率為  $v$ ，重力提供向心力，向心力  $F_c = \frac{mv^2}{r} \Rightarrow \frac{GMm}{(2R)^2} = \frac{mv^2}{2R} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{GM}{2R}}$ 。

(26) 設週期為  $T \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\frac{1}{2R} \sqrt{\frac{GM}{2R}}} = 4\pi R \sqrt{\frac{2R}{GM}}$ 。

(27) 總力學能  $= K + U = \frac{1}{2}m \times \left(\sqrt{\frac{GM}{2R}}\right)^2 + \left(-\frac{GMm}{2R}\right) = -\frac{GMm}{4R}$ 。

28.

一個半徑  $R$ 、沒有大氣的星球，在其表面處的重力加速度量值為  $g$ 。若由該星球表面以  $v = \sqrt{gR}$  的初速，垂直向上發射一個沒有推進力的物體，則此物體上升的最高點與星球表面的距離為何？ \_\_\_\_ (28) \_\_\_\_

【中】

【100 指考題】

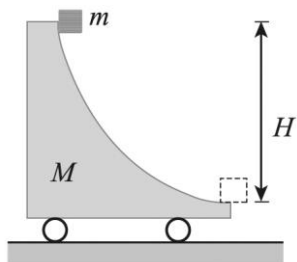
**解答**  $R$

**解析** 星球表面  $g = \frac{GM}{R^2}$ ，則物體初速  $v = \sqrt{gR} = \sqrt{\frac{GM}{R^2} \times R} = \sqrt{\frac{GM}{R}}$

由力學能守恆  $E_{\text{星球表面}} = E_{\text{最高點}} \Rightarrow -\frac{GMm}{R} + \frac{1}{2}m\left(\sqrt{\frac{GM}{R}}\right)^2 = 0 - \frac{GMm}{R+h} \Rightarrow h = R$

29.

如圖所示，在水平面上有一滑車，質量為  $M$ ，滑車上有一弧形軌道，高度為  $H$ ，軌道底端成水平。有一質量為  $m$  的物體，從軌道頂端沿著軌道自由下滑。設摩擦力均不計，則當物體  $m$  滑離軌道底端之瞬間，滑車的速度量值為\_\_\_\_(29)\_\_\_\_。



【易】

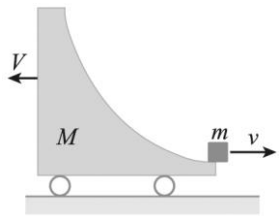
【Super 講義題, 聯考題】

**解答**  $\sqrt{\frac{2m^2 gH}{M(M+m)}}$

**解析** 如圖所示，設  $m$  滑離軌道底端的速度為  $v \rightarrow$ ，此時滑車的速度為  $V \leftarrow$ ，兩者需同時滿足動量守恆與力學能守恆

$$\begin{cases} \text{動量守恆} : mv = MV \dots\dots ① \\ \text{力學能守恆} : mgH = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}MV^2 \dots\dots ② \end{cases}$$

解①②得  $V = \sqrt{\frac{2m^2gH}{M(M+m)}}$ 。



30.

一彈簧橫置於一水平光滑平面上，一端固定，另一端連結一木塊做簡諧運動。當木塊離平衡點的位移為最大位移的  $\frac{2}{3}$  時，其動能為最大動能的\_\_\_\_(30)\_\_\_\_倍。

【易】

【Super 講義題, 聯考題】

解答  $\frac{5}{9}$

解析 令彈簧的彈性常數為  $k$ ；最大位移（即振幅）為  $R$

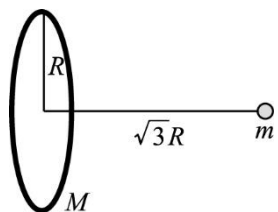
(a) 在位移為  $\frac{2}{3}R$  時，木塊之動能  $K = \frac{1}{2}kR^2 - \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kR^2 - \frac{1}{2}k(\frac{2}{3}R)^2 = \frac{5}{18}kR^2$

(b) 由力學能守恆  $\Rightarrow$  木塊之最大動能

$$K_{\max} = \text{彈簧的最大彈性能} = \frac{1}{2}kR^2 \Rightarrow \frac{K}{K_{\max}} = \frac{\frac{5}{18}kR^2}{\frac{1}{2}kR^2} = \frac{5}{9} \Rightarrow K = \frac{5}{9}K_{\max}$$

31~32.

有一均質固定圓環半徑為  $R$ ，質量為  $M$ ，在環的中心軸上，距環心  $\sqrt{3}R$  處有一質量為  $m$  的質點，（重力常數為  $G$ ）



(31) 若質點原靜止，僅受環的重力作用，當質點到達環心處時，其速率為何？\_\_\_\_(31)\_\_\_\_

(32) 若欲使質點脫離環的重力作用範圍，則質點的初速率至少為何？\_\_\_\_(32)\_\_\_\_

【中】

【習作簿題】

解答 (31)  $\sqrt{\frac{GM}{R}}$

(32)  $\sqrt{\frac{GM}{R}}$

解析 (31) 力學能守恆，

$$K + U_g = K' + U_g' \Rightarrow 0 + (-\frac{GMm}{2R}) = \frac{1}{2}mv^2 + (-\frac{GMm}{R}) \Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 = \frac{GMm}{2R} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{GM}{R}}$$

$$(32) K + U_g = K' + U_g' \Rightarrow \frac{1}{2}mv_0^2 + (-\frac{GMm}{2R}) = 0 + 0 \Rightarrow \frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{GMm}{2R} \Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{GM}{R}}$$