

第 1 題共 25 分 評分標準：

小題	內容	得分	備註
(A) 6 分	正確寫出 $\ell > 2\sqrt{3} \frac{GMm}{c}$	2	
	正確寫出 $r_{\pm} = \frac{\frac{\ell^2}{m^2 c^2} \pm \sqrt{\left(\frac{\ell^2}{m^2 c^2}\right)^2 - 3\left(\frac{2GM}{c^2}\right)^2 \left(\frac{\ell^2}{m^2 c^2}\right)}}{\frac{2GM}{c^2}}$	4	
(B) 5 分	寫出正確 $V''_{\text{eff}}(r) = -\frac{2GMm}{r^3} + \frac{3\ell^3}{mr^4} - \frac{12GM\ell^2}{mc^2 r^5}$	1	需有判斷的依據
	判斷 $V''_{\text{eff}}(r_+) > 0$, r_+ 為穩定軌道	2	
	判斷 $V''_{\text{eff}}(r_-) < 0$, r_- 為不穩定軌道	2	
(C) 4 分	得到 $\omega_r = \sqrt{GM(r_+ - r_-)/r_+^2}$	4	寫出 $\omega_r = \sqrt{\frac{V''(r_+)}{m}}$ 可得 1 分
(D) 4 分	寫出 $\omega_\theta = \frac{\ell}{mr_+^2} = \sqrt{GM(r_+ + r_-)/r_+^2}$	4	寫出 $\omega_\theta = \frac{\ell}{mr_+^2}$ 可 得 1 分
(E) 2 分	得到 $\omega_p = \frac{r_-}{r_+} \sqrt{\frac{GM}{r_+^3}}$	2	寫出 $\omega_p = \omega_\theta - \omega_r$ 可得 1 分
(F) 4 分	得到正確 r_+ 的數值	1	範圍： $(4.5 \sim 6.5) \times 10^{10}$ m
	得到正確 r_- 的數值	1	範圍： $(3.5 \sim 5.5) \times 10^3$ m
	得到正確 ω_p 的數值	2	範圍： $(1 \sim 3.5) \times 10^{-4}$ rad/century 單位錯誤僅得 1 分

第 2 題共 25 分 評分標準：

小題	內容	得分	備註
(A) 5 分	正確得出 $V(y, z) = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln \left\{ \frac{(y+b)^2+z^2}{(y-b)^2+z^2} \right\}$	5	1) 寫出正確的電場形式可得 1 分 2) 直接積分者：若列式正確亦可得 1 分
(B) 2 分	寫出 $\frac{(y+b)^2+z^2}{(y-b)^2+z^2} = e^{4\pi\epsilon_0 V/\lambda}$ ($= \mu$ 常數)	2	
(C) 12 分	正確得出 $y^2 + z^2 + b^2 - 2yb \frac{e^{\frac{4\pi\epsilon_0 V}{\lambda}} + 1}{e^{\frac{4\pi\epsilon_0 V}{\lambda}} - 1} = 0$ 或 $(y - b\beta^2)^2 + z^2 = b^2(\beta^2 - 1),$ $\beta = \frac{e^{\frac{4\pi\epsilon_0 V}{\lambda}} + 1}{e^{\frac{4\pi\epsilon_0 V}{\lambda}} - 1}$	2	1) 方程式正確皆給分 2) 使用錯誤的 $V(y,z)$ ，但過程正確可得 1 分
	寫出等電位面為圓柱面	2	
	寫出 $d = b\beta, a = b\sqrt{\beta^2 - 1}$ 或 正確寫出 $\alpha = \frac{\beta}{\sqrt{\beta^2 - 1}}$	4	得出 d、a 各得 2 分
	得出 $\lambda = \frac{4\pi\epsilon_0 V_0}{\ln(2\alpha^2 - 1 + 2\alpha\sqrt{\alpha^2 - 1})}$	4	寫出兩個答案 $\frac{4\pi\epsilon_0 V_0}{\ln(2\alpha^2 - 1 \pm 2\alpha\sqrt{\alpha^2 - 1})}$ 僅得 2 分
(D) 6 分	寫出 $I = \sigma \int \vec{E} \cdot d\vec{a} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \lambda \ell$	2	
	寫出正確 $i = 4\pi\sigma V_0 / \ln(2\alpha^2 - 1 + 2\alpha\sqrt{\alpha^2 - 1})$	4	僅寫 $i = \frac{\sigma\lambda}{\epsilon_0}$ 可得 2 分

第3題共25分 評分標準：

小題	內容	得分	備註
(A) 7分	寫出 $\left[\frac{d^2}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{d}{dt} + \frac{1}{LC}\right] V = 0$	4	
	得出 $f(t) = 1 + \frac{\Delta C}{C_0} \sin(\omega_p t + \varphi)$	3	
(B) 8分	寫出 $\left(\alpha^2 - \omega^2 + \frac{R}{L} \alpha + \omega_0^2\right) \cos(\omega t)$ $- \left(2\omega\alpha + \frac{R}{L} \omega\right) \sin(\omega t)$ $\approx -\omega_0^2 \frac{\Delta C}{2C_0} [\sin \varphi \cos(\omega t) + \cos \varphi \sin(\omega t)]$	4	
	得出 $\omega^2 = \omega_0^2 + \alpha^2 + \frac{R}{L} \alpha + \omega_0^2 \frac{\Delta C}{2C_0} \sin \varphi$ $\alpha = -\frac{R}{2L} + \frac{\omega_0^2 \Delta C}{\omega 4C_0} \cos \varphi$	4	
(C) 10分	(i) 寫出: $\frac{\Delta C}{C_0} > \frac{2R}{\omega_0 L \omega_0} \frac{\omega}{\omega_0} \text{ 時 } \alpha > 0, \text{ 訊號增強}$ $\frac{\Delta C}{C_0} < \frac{2R}{\omega_0 L \omega_0} \frac{\omega}{\omega_0} \text{ 時 } \alpha < 0, \text{ 訊號衰減}$	4	
	(ii) 寫出 $\alpha = -\frac{R}{2L} < 0$, 訊號衰減	3	
	(iii) 寫出 $\alpha = -\frac{R}{2L} - \frac{\omega_0 \Delta C}{\omega 4C_0} < 0$, 訊號衰減	3	

第 4 題共 25 分 評分標準：

小題	內容	得分	備註
(A) 9 分	寫出 $c_v = \frac{5R}{2M}$	3	
	寫出 $c_v = \frac{7R}{2M}$	2	
	寫出 $\frac{P^{5/7}}{\rho} = \text{常數}$	4	
(B) (1) 3 分 (2) 7 分	(1) 寫出 $\frac{P}{\rho} + \frac{1}{2}v^2 + u + gh = \text{常數}$	3	
	(2) 寫出 $\Delta\left(\frac{P}{\rho}\right) + \frac{1}{2}\Delta(v^2) + \Delta u + g\Delta z = 0$	2	
	(2) 寫出 $\Delta\left(\frac{P}{\rho}\right) + \Delta u = c_p\Delta T$	3	
	(2) 寫出 $\frac{1}{2}\Delta(v^2) + \frac{7R}{2M}\Delta T + g\Delta z = 0$	2	
(C) 6 分	寫出 $dP = -\rho g dz$	2	
	寫出 $\frac{dP}{\rho} = c_p dT$	2	
	得出 $\beta = -\frac{dT}{dz} = \frac{g}{c_p} = \frac{2Mg}{7R}$	2	

第 5 題共 25 分 評分標準：

小題	內容	得分	備註
(A) 5 分	畫出適當的高斯面、並寫出正確 $\oint \vec{B} \cdot d\vec{a} = 0$	2	
	得出 $B_r = -\frac{cr}{2}$	3	
(B) 7 分	寫出感應電動勢 $\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt} = -\pi a^2 \frac{dB_z}{dt}$	2	
	正確得出電流量值 $i = \frac{\pi a^2 v c}{R}$ 方向：逆時針（俯視）	5	方向 2 分
(C) 4 分	得出磁力量值 $F_B = \pi^2 a^4 c^2 \frac{v}{R}$ 方向：向上	4	方向 1 分
(D) 9 分	寫出 $\int_0^t dt = \int_0^v \frac{1}{g - \frac{\pi^2 a^4 c^2}{m} v'} dv'$	3	
	得到 $v(t) = \frac{mgR}{\pi^2 a^4 c^2} (1 - e^{-\frac{\pi^2 a^4 c^2}{mR} t})$	4	
	終端速度（向下） $v_T = \frac{mgR}{\pi^2 a^4 c^2}$	2	

第 6 題共 25 分 評分標準：

小題	內容	得分	備註
(A) 4 分	寫出運動軌跡 $y = -\frac{1}{\sqrt{2}}x^2 + \frac{3}{2\sqrt{2}}$	4	
(B) 2 分	最大高度 $y = \frac{3}{2\sqrt{2}}$	2	
(C) 5 分	得出 $v_c = \sqrt{2g(1 + \sqrt{2})}$	5	
(D) 4 分	摩擦力 $f = (mv^2 - mgy)\mu$	4	
(E) 4 分	切線加速度量值 $a_r = (v^2 - gy)\mu + gx$	4	
(F) 6 分	所作的功 $W = m\mu \int_{-1}^{1/\sqrt{2}} \frac{v^2 - gy}{\sqrt{1 - y^2}} dy$	6	未寫積分上下限 扣 2 分