國立彰化高級中學 113 學年度科學班甄選科學能力檢定數學科試題

注意事項：
1. 本試題有 15 題填充題，第 1 至 10 題，每題 6 分。第 11 至 15 題，每題 8 分。圖形僅做為參考，不代表實際大小。
2. 答案請化簡，並依序填入答案欄內。若為分數，以最簡分數呈現。若為根式，以最簡根式與分母有理化呈現。
3. 若答案超過 1 個，需全對才給分。

一、 填充題：(共 100 分)

1. 化簡根式：$\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{5}}=$____________。

2. 若a,b為正整數，方程式$ax^2-bx+1802=0$的兩根都是奇質數，試求$14a+12b=$____________。

3. 設 x 是正實數滿足：$\sqrt{1+\sqrt{1+x}}=\sqrt[3]{x}$，則 $x=$____________。

4. 試求$(1+2+3+\cdots+2024)-(2025+2026+2027+\cdots+2048)$除以17的餘數為____________。

5. 當 $k\le x\le k+1$ 時，$f(x)=x^2-2x+1$ 的最小值為 1，則 $k=$____________。

6. a、b 是實數滿足：$a^2+b^2=3$，則 $a+2b$ 的最小值為__________。

7. 已知三角形三個高分別為$\sqrt{7}$、$\sqrt{5}$、h，若h的範圍為$a<h<b$，則$a+b=$____________。

8. 空間座標中，有一質點自點(x,y,z)移到點$(y+z-1,z+x-1,x+y+3)$稱為移動一次。已知某點由點$(a,-2,b)$出發，經過連續7次移動後的位置為$(169,172,170)$，則$a+b=$____________。

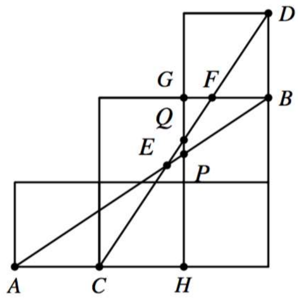
9. 連續丟一個公正的骰子兩次，出現的點數依序為 a、b，則發生 $a^2b\le 10$ 的機率為____________。

10. 在三角形ABC中，$\overline{AB}=3$，$\overline{AC}=4$且$\angle BAC=120°$。已知D點在$\overline{BC}$上，若ΔABD及ΔACD之重心分別為G_1、G_2，試求$\overline{G_1G_2}=$____________。

11. 直角三角形ABC，$\angle A=90^0$，D、E、F 依序是 $\overline{AB}$、$\overline{AC}$、$\overline{BC}$上的點，若$\overline{DB}=3$、$\overline{EC}=5$，且$ADFE$是矩形，則$ADFE$面積為____________。

12. 三角形 ABC，M 是 $\overline{BC}$ 中點，滿足$\angle MAC=90^0$，若 $\overline{AB}=5$、$\overline{AC}=3$，則 $\overline{AM}=$____________。

13. 將六個邊長為1的正方形排成右圖，連接$\overline{AB}$、$\overline{CD}$後交於E點。$\overline{AB}$交$\overline{GH}$於P，且$\overline{CD}$分別交$\overline{GH}$、$\overline{BG}$於Q、F（如圖）。已知ΔACE面積與ΔBFE面積之比值為M，$\overline{PQ}=m$，則數對$(M,m)=$____________。



14. 已知滿足$4x^2y+4x^2-4xy-4x+y=1376$的所有整數解數對(x,y)為(x_1,y_1)、(x_2,y_2)、$\cdots$、(x_n,y_n)共n組，試求$y_1+y_2+\cdots+y_n$之總和為____________。

15. 設$\langle a_n\rangle$為公差非零的等差數列，$\langle b_n\rangle$為等比數列。已知對所有正整數$k\geq 2$，$\langle b_n\rangle$的第k項與$\langle a_n\rangle$的第2^{k-2}項相等。若$\langle a_n\rangle$首項為3，則$\langle a_n\rangle$的前17項之總和為____________。