

國立彰化高級中學 110 學年度校內學科能力競賽數學科參考答案

一、填充題（每格 6 分，共 66 分，請小心計算，答案需化至最簡）

1.	2.	3.	4.	5.	
2	132	$\frac{1331000}{27}$	$\sqrt{3}$	$-9 \leq k \leq \frac{7}{17}$	
6.	7.	8.	9.	10.	11.
$\frac{281}{4}$	256	-2	91	1	$\frac{18}{5}$

二、證明題（共 34 分，空白處註明題號即可作答）

1.(1) 否， $2^{11} - 1 = 2047 = 23 \times 89$ 。

(2) 是，

設 n 為合數，令 $n = mk$ ($m \in \mathbb{N}$ 、 $k \in \mathbb{N}$ ， $m > 1$ 且 $k > 1$)

則 $2^{mk} - 1 = (2^k)^m - 1^m = (2^k - 1)[(2^k)^{m-1} + (2^k)^{m-2} + \cdots + 1]$

不為質數，矛盾 $\therefore n$ 必為質數。

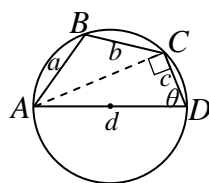
$$3. \overline{AC}^2 = d^2 - c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos(180^\circ - \theta)$$

$$(\text{又 } \cos(180^\circ - \theta) = -\cos\theta = -\frac{c}{d})$$

$$\Rightarrow d^2 - c^2 = a^2 + b^2 + 2ab \frac{c}{d}$$

$$\Rightarrow d^3 - (a^2 + b^2 + c^2)d - 2abc = 0$$

$\therefore d$ 為 $x^3 - (a^2 + b^2 + c^2)x - 2abc = 0$ 的根



$$2. \triangle HAB : \triangle HBC = \cot A : \cot C、$$

$$\triangle HBC : \triangle HAC = \cot B : \cot A$$

$$\Rightarrow \triangle HAB : \triangle HBC : \triangle HAC$$

$$= \cot A \cot B : \cot C \cot B : \cot A \cot C = \tan C : \tan A : \tan B$$

$$\Rightarrow (\tan A) \overrightarrow{HA} + (\tan B) \overrightarrow{HB} + (\tan C) \overrightarrow{HC} = \vec{0}$$