

國立彰化高級中學 111 學年度科學班甄選【數學科】試題

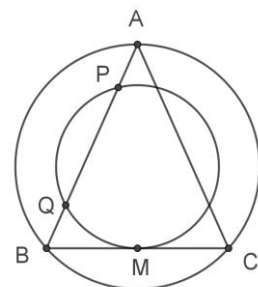
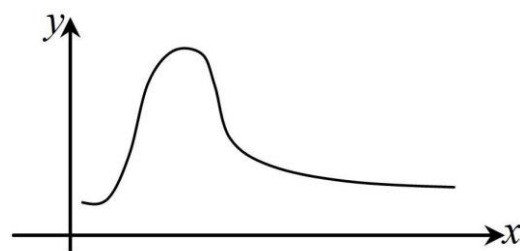
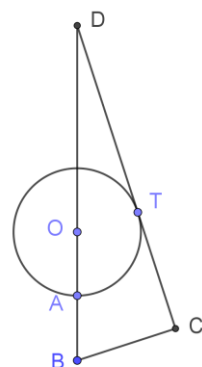
注意事項：

1. 本試卷共有兩頁，請將答案寫在答案卷上，並將試題卷、答案卷、計算紙交回。
2. 第 1~11 題，每題 6 分。第 12~15 題，配分依題目所示。
3. 答案需化至最簡型式、分數需化為最簡分數，不得以 n^m 、 $n!$ 、 P_m^n 、 C_m^n 呈現。
4. 答案需全對才給分。
5. 所有圖形僅作參考，不代表實際大小。

【題目開始】

壹、第一部分：（每題 6 分）

1. 試化簡（有理化分母）： $\frac{1}{\sqrt[3]{25}+5\sqrt[3]{5}+5} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
2. 試求 $1^3, 2^3, 3^3, \dots, 2021^3, 2022^3$ 的所有個位數字總和？ $\underline{\hspace{2cm}}$ 。
3. 設 $k > 0$ ，且 S_k 為直線 $kx + (k+2)y - 1 = 0$ 與兩座標軸所圍的三角形面積，試求 $S_1 + S_2 + \dots + S_{111}$ 之值？ $\underline{\hspace{2cm}}$ 。
4. 設 $-2 \leq x \leq 4$ ，且函數 $f(x) = |x^2 - 4| - 2x$ ，若 $f(x)$ 的最大值為 M 、最小值為 m ，求 $M + m$ 之值？ $\underline{\hspace{2cm}}$ 。
5. 若 $x > 0$ ，且函數 $f(x)$ 滿足 $f(x) + 3f(\frac{30}{x}) = 5x - 2$ ，試求 $f(2)$ 之值？ $\underline{\hspace{2cm}}$ 。
6. 如右圖，圓 C 的圓心為 O ，若延長半徑 OA 到點 B ，使得 $\overline{OA} = \overline{AB}$ 。且 \overline{DT} 是圓 C 的一條切線、
T 為切點、C 是 B 在 \overline{DT} 上的投影、 $\angle ACB = 39^\circ$ ，求 $\angle CAD$ 之值？ $\underline{\hspace{2cm}}$ 。
7. 因式分解： $(a+b-2ab)(a+b-4) + (2-ab)^2 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
8. 若一三角形在三邊的高的長度分別為 3, 4, 5，試問此三角形為何種三角形（銳角、直角、鈍角）？ $\underline{\hspace{2cm}}$ 。
9. 右圖為彰化高中數學段考的成績分布曲線，其中 x 軸為數學成績、 y 軸為人數，試問：
此次數學段考成績的眾數（ Mo ）、中位數（ Me ）、算術平均數（ M ）的大小關係為？
 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。
10. 投擲一公正骰子 4 次，並記錄其點數分別為 a, b, c, d ，試求 $(a-b)^2 + |b-c| \times |c-d| = 1$ 的機率？
 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。
11. 如右圖，兩同心圓，大圓半徑為 6、小圓半徑為 4，大圓有一內接三角形 ABC ，
其中 $\overline{AB} = \overline{AC}$ ，且 \overline{BC} 切小圓於點 M 、 \overline{AB} 交小圓於 P, Q 兩點，試求 \overline{PQ} 長度？ $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

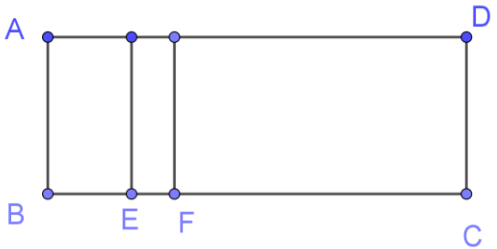


貳、第二部分：（配分依題目所示）

12. 2019—2020 年新型冠狀病毒肺炎（COVID-19）爆發時，引發民眾恐慌，口罩一罩難求。製造口罩的工廠工作負荷量大，設備維修也刻不容緩。設備維修是指通過修復或更換磨損零件，調整精度、排除故障，以恢復設備原有功能而進行的技術活動，目標在於恢復精度、性能、提高效率、延長使用壽命以保持生產能力，從而直接或間接的增進生產管制、產品品質、工業安全與銷售，設備維修最基本的是定期設備保養。柴柴工廠是一通過政府審查合格的口罩製造廠，因為董事長黃柴柴重視保養，口罩品質一直備受好評，銷售量也很穩定。現在的保養都是全自動化作業，董事長選用了 3 種（甲、乙、丙）保養方式。若甲、乙兩種合作，一部機器需 1 小時 12 分鐘完成保養；乙、丙兩種合作，一部機器需 1 小時 20 分鐘完成保養；甲、丙先合作進行 1 小時，再由乙獨立進行還需 50 分鐘可完成。請回答以下問題：

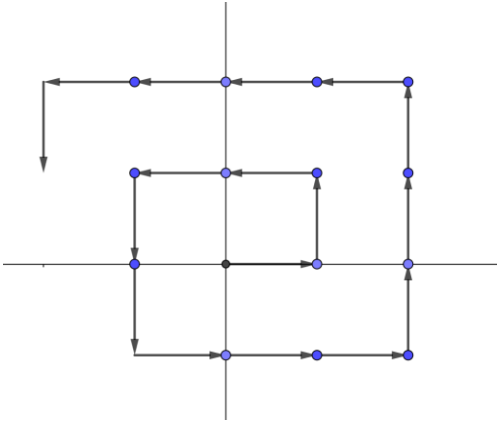
- (1)若甲、乙、丙獨立作業，各需多久時間完成？_____。（5 分）
- (2)若由甲先進行 40 分鐘，再由乙進行 1 小時，最後再由丙獨立進行，共需多久時間才可完成保養？
_____。（四捨五入至**整數位**分鐘）（4 分）

13. 如右圖，矩形 ABCD 由三個矩形組成，其中 $\overline{AB} = 4$ 、 $\overline{BE} = 3$ 、 $\overline{EF} = 1$ 、 $\overline{CF} = 24$ ，
試求 $\cos(\angle AFB + \angle ACB)$ 之值？_____。（8 分）



14. 若方程式 $|x| = 1 - 2ax$ 只有一個實數解，且此解為正數，試求 a 的範圍？_____。（8 分）

15. 如圖，小名從原點出發，依箭頭方向行走，一步一個單位。
試求：小名走到第 300 步時，其所在位置的座標為_____。（9 分）



【試題結束】