

國立彰化高級中學 110 學年度科學班甄選【數學科】試題

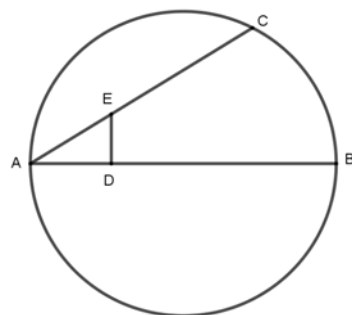
填充題【1~13 題，每格 6 分，14~15 題，每題 8 分。答案請化簡，並依序填入答案欄內】

1. 已知 $x^3 + 1 = (x+1)(x^2 - x + 1)$ ，試因式分解： $x^5 + x - 1 =$ _____。

2. 數列 $\{a_n\}$ 是等差數列，若 $a_1 = 16$ ， $a_{16} + a_{17} + a_{18} = 0$ ，則 $a_{110} =$ _____。

3. 如右圖， E 點在弦 $\overline{AC}$ 上，自 E 做 $\overline{ED}$ 垂直於直徑 $\overline{AB}$ 於 D 點。已知

$\overline{AE} = 5$ ， $\overline{AD} = 4$ ， $\overline{BD} = 11$ ，試求 $\overline{CE} =$ _____。



4. 若一分數可化成每項分子皆為 1 的分數，則稱為連分數，型式如下

$$\frac{a}{b} = a_0 + \frac{1}{a_1 + \frac{1}{a_2 + \frac{1}{\ddots + \frac{1}{a_{n-1} + \frac{1}{a_n}}}}}$$

其中 $a_0, a_1, \dots, a_n$ 皆為正整數。已知

$$\frac{2021}{110} = 18 + \frac{1}{x + \frac{1}{1 + \frac{1}{y + \frac{1}{z + \frac{1}{2}}}}}$$

試求 $x + y + z =$ _____。

5. $9x^2 + 10xy + 9y^2 = 2021$ 有_____組正整數解 (x, y) 。

6. 從 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 這九個數字中任意取出二個相異的數，且每個數被取出的機率皆相等，試求此二個數乘積是一完全平方數的機率為_____。

7. A 、 C 為二次函數圖形 $y = -3x^2 - 6x$ 上的兩相異點， B 、 D 為直線 $y = -x$ 上的相異兩點。若 $ABCD$ 為正方形，且 $A(a, b)$ ，試求 $a - b =$ _____。

【背面尚有試題】

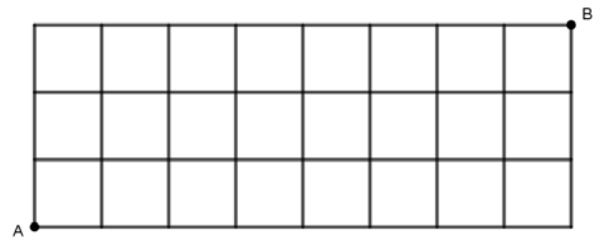
8. 六位數 $20a21b$ ，其中 a 為其千位數、 b 為其個位數，若它為 99 的倍數，則數對 $(a,b)=$ _____。

9. 已知 $a > b > 0$ ，則 $\sqrt{a+b-2\sqrt{ab}} = \sqrt{a} - \sqrt{b}$ 。

(1) 設 α 為方程式 $x^2 - 8x + 9 = 0$ 的最大正根，則 $\sqrt{\alpha}$ 的小數部分為_____。

(2) 承(1)，試求 $\alpha^3 - 9\alpha^2 + 8\alpha + 17 =$ _____。

10. 如右圖，為 24 個小正方形所組成的矩形，當由 A 到 B 走捷徑
(只能向右或向上移動)，則行走路徑恰將此矩形面積平分時，
共有種_____走法。



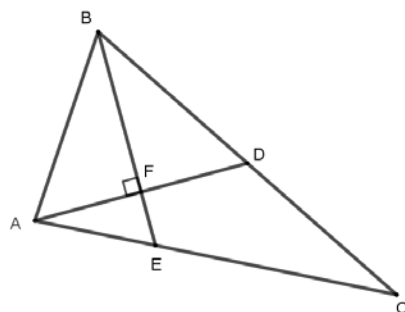
11. 對所有的正整數 n ，假設 $S(n)$ 等於 n 的各位數字與其位數之和。例如 17 為二位數，則 $S(17) = 1 + 7 + 2 = 10$ ，
故所有滿足 $S(n) = 6$ 的 n 之總和為_____。

12. 設 x 和 y 皆為二位數的正質數，滿足 $x^2 - y^2 = 2x + 10y + 24$ ，若 $x + y$ 的最大值為 M ，最小值為 m ，則數對
 $(M, m) =$ _____。

13. 坐標平面上有 $O(0,0)$ 、 $A(5,0)$ 、 $B(4,3)$ 、 $C(0,4)$ 四點。過 B 點作一直線 L 恰可將四邊形 $OABC$ 的面積平分，
設直線 L 的方程式為 $ax + by + 2 = 0$ ，則 $a + b =$ _____。

14. 有一數列 $\{a_n\} = \{2, 3, 8, 9, \dots, a_k, \dots\}$ ，其中 a_k 為第 k 項，且此數列每一項皆為正整數，若此數列任一連續
六項之和都是相同的定值，且此定值為完全立方數，則此數列的前 2021 項和之最小值為_____。

15. 如圖， $\triangle ABC$ 中， $\angle B$ 的內角平分線 $\overline{BE}$ 與 $\overline{AC}$ 之中線 $\overline{AD}$ 交於 F 點，
且互相垂直，若 $\overline{BE} = \overline{AD} = 8$ ，試求 $\triangle ABC$ 的周長為_____。



【試題至此結束】