

國立彰化高級中學 110 學年度科學班甄選【數學科實驗實作】試題

一、填充題【1~10 題，每題 6 分，11~12 題，每題 8 分，共 76 分。答案請化簡，依序填入答案欄內】

1. 將 $\underbrace{777\cdots 777}_{\text{共110個7}} \times \underbrace{999\cdots 999}_{\text{共110個9}}$ 展開後，若將展開後的各數字相加，所得之總和為_____。

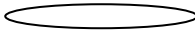
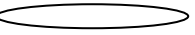
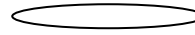
2. 三角形三邊長分別為 $\sqrt{34}$ 、 $\sqrt{85}$ 、 $3\sqrt{17}$ ，試求此三角形面積為_____。

3. 若三角形 ABC 的兩高分別為 4 和 12，若另一高也是整數，則此高的最大可能值為_____。

4. 在 $\triangle ABC$ 中， $\angle B = 90^\circ$ ，且 $\angle A$ 的內角平分線交 \overline{BC} 於 D 點， $\overline{AB} = 3$ ， $\overline{AD} = 4$ ，試求 $\overline{AC} =$ _____。

5. 已知 $n! = n \times (n-1) \times (n-2) \times \cdots \times 3 \times 2 \times 1$ 。設 S 為 $63 \times 8! + 56 \times 7!$ 所有正因數所成之集合。例如:16 之所有正因數集合為 $\{1, 2, 4, 8, 16\}$ 。試求 S 之中位數的值為_____。

6. 小彰老師在黑板上寫下一等差數列，如下：

2, , 20, , 56, , 317

其中空白處皆至少有一個整數項，且此數列公差為大於 1 的整數，試求此數列公差所有可能值的和為_____。

7. $\triangle ABC$ 中， $\angle A = 90^\circ$ ， \overline{BD} 與 \overline{CE} 分別為 $\triangle ABC$ 的中線，若 $\overline{BD} = 7$ ， $\overline{CE} = 11$ ，則 $\overline{BC} =$ _____。

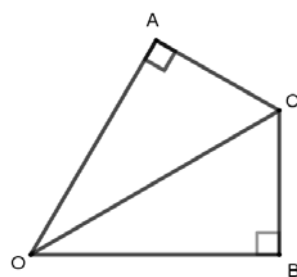
【背面尚有試題】

8. 設 $f(x)$ 為二次函數，且對所有實數 x 恆有 $f(-x-2)=f(x-2)$ 。已知 $f(x)$ 的圖形與 y 軸的交點為 $(0,1)$ ，與 x 軸交兩點所得之線段長度為 $4\sqrt{2}$ ，則 $f(6)+f(-6)=$ _____。

9. 設實數 m 、 n 且 $mn \neq 1$ ，並分別滿足 $17m^2+117m+1=0$ ， $n^2+117n+17=0$ ，則 $\frac{mn-2m+1}{n}=$ _____。

10. 已知 m, n 為兩相異正整數，且滿足 $\frac{1}{m}+\frac{1}{n}=\frac{2}{7}$ 。試求 m^n+n^m 之個位數之數字為_____。

11. 如右圖， $\angle AOB=60^\circ$ ，且 $\overline{AC} \perp \overline{OA}$ ， $\overline{BC} \perp \overline{OB}$ 。已知 $\overline{BC}=a$ ， $\overline{AC}=b$ ，
試以 a, b 表示 \overline{OC} 之長度為_____。



12. x, y, z 滿足方程組 $\begin{cases} x^3 - xyz = 1 \\ y^3 - xyz = 2 \\ z^3 - xyz = -3 \end{cases}$ ，則 $xyz =$ _____。

二、計算題【共 24 分】請寫出計算過程，否則不予計分！

1. 試判斷 2021 是否能寫成 5 個連續正整數的平方和？試詳述其原因。(8%)

2. $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB}=\overline{AC}=2\sqrt{2}$ ，且 \overline{BC} 邊上有 50 個不同的點 D_1, D_2, \dots, D_{50} 。若 $x_i = \overline{AD_i}^2 + \overline{BD_i} \times \overline{CD_i}$ ， $i=1, 2, 3, \dots, 50$ 。

(1) 試證明 $\overline{AD_i}^2 + \overline{BD_i} \times \overline{CD_i} = \overline{AB}^2$ 。(6%)

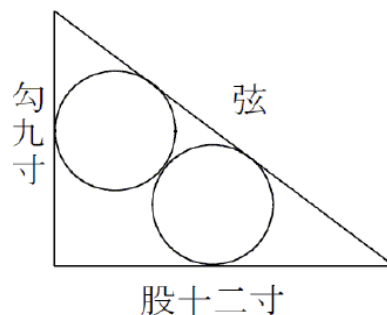
(2) 試求 $x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_{49} + x_{50}$ 之值為?(2%)

3. <天地明察>書中的一道題目：

有一勾(高)九寸、股(底)十二寸的勾股弦(直角三角形)。

題意為:在直角三角形內(如右圖)，有兩個直徑相同的圓，

試求此圓的直徑為？聰明的你(妳)幫忙求出此直徑吧！(8%)



【試題至此結束】