

注意事項：

1. 本試題有 15 題填充題，1~13 題，每題 6 分。第 14 題 9 分，第 15 題 13 分。圖形僅做為參考，不代表實際大小。
2. 答案請化簡，並依序填入答案欄內。若為分數，以最簡假分數呈現。
3. 若答案超過 1 個，需全對才給分。

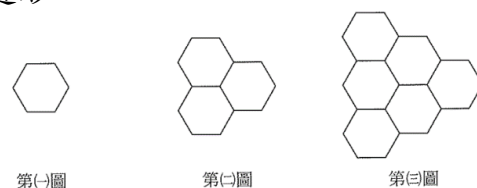
試題開始

1. 設 $a = \frac{\sqrt{5} + \sqrt{3}}{\sqrt{5} - \sqrt{3}}$ 、 $b = \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{\sqrt{5} + \sqrt{3}}$ ，試求 $a^5 + b^5$ 之值_____。

2. 觀察右圖，第（一）圖為 6 根邊長為 1 的磁條圍成的正六邊形，第（二）圖用了 15 根邊長為 1 的磁條圍成了 3 個邊長為 1 的正六邊形，第（三）圖用了 27 根邊長為 1 的磁條圍成了 6 個邊長為 1 的正六邊形，

依此規則……下去，設第（ K ）圖用了 B_K 根邊長為 1 的磁條，

請寫出 B_{K+1} 與 B_K 所滿足的關係“等式”（ K 為自然數）_____。



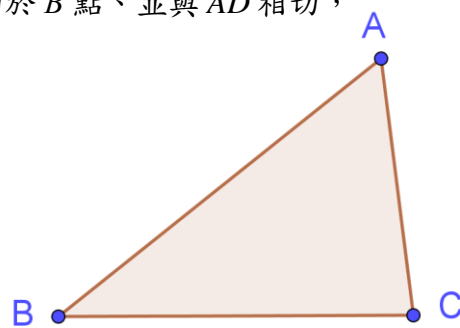
3. 若 $k = 20230311$ ，設 $a = (1 + \frac{1}{k})^k$ 、 $b = (1 + \frac{1}{k})^{k+1}$ ，則 $\frac{11^2 \cdot a^b}{b^a} = T$ （ T 為自然數），求 T 之值_____。

4. 設 $\triangle ABC$ 中，若 $\overline{BC}^2 - \overline{AB}^2 = \overline{AC} \times \overline{AB}$ 、 $\angle B = 51^\circ$ ，求 $\angle C$ _____。

5. 如圖 $\triangle ABC$ 中， $\angle ABC = 50^\circ$ 、 $\angle ACB = 70^\circ$ ，且 D 為 \overline{BC} 的中點。若圓 C_1 與直線 \overline{BC} 相切於 B 點、並與 \overline{AD} 相切，

且交 \overline{AB} 於 P 點；而另一圓 C_2 與直線 \overline{BC} 相切於 C 點、也與 \overline{AD} 相切、交 \overline{AC} 於 Q 點，

試求 $\angle APQ$ _____。



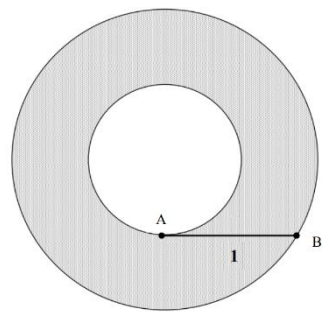
6. 試求 $\frac{1}{3^2+1} + \frac{1}{4^2+2} + \frac{1}{5^2+3} + \dots + \frac{1}{12^2+10}$ 之值_____。

7. 在 $1, 2, 3, 4, 5, \dots, 10000$ 的 10000 個自然數中恰好有 12 個正因數的最大數為_____。

8. 因式分解： $(xy-1)^2 + (x+y-2)(x+y-2xy)$ _____。

9. $\triangle ABC$ 為一直角三角形，其中 $\angle A = 90^\circ$ 、 $\overline{AB} > \overline{AC}$ 、 $\overline{BC} = 25$ 、面積為 150。今有一圓 C 內切於 $\triangle ABC$ ，且與 \overline{AC} 之切點為 M 、 \overline{BM} 與圓 C 交於點 L ，試求 \overline{BL} 的長度？_____。
10. 彰化高中高一 17 班有 25 位同學，這天在練習 *TRML* 競賽時，數學老師出了 A 、 B 、 C 3 道題目給同學練習。每位同學至少都能解出 1 題；在沒解出 A 的人中，解出 B 為解出 C 的 2 倍；只解出 A 的人數比其餘解出 A 的人數多 1；只解出 1 題者，有一半同學解不出 A ，試求只解出 B 的有_____人。
11. 今年是兔年，台灣銀行擬推出鴻兔銀幣 2000 枚，並且將所有銀幣分裝成 n 袋（ $n \geq 2$ ）存放，使其每一袋內銀幣的枚數正好形成連續的正整數。例如：若將 2000 枚銀幣分成 2 袋，且此 2 袋內銀幣的枚數正好形成連續的正整數，是不可能的分法，所以 $n \neq 2$ 。試求 n 的所有可能性之和_____。
12. 有一副撲克牌有 52 張牌，其中點數為 $A, 2, 3, \dots, 10, J, Q, K$ ，且每一點數各有四種花色，分別為紅磚、黑桃、梅花、紅心。今在每張牌被取到的機會均相等的前題下，先隨機取出其中 2 張牌，再由剩下的 50 張任取不同的 2 張牌，若後來取出的 2 張牌皆為紅心的條件下，求一開始取出的 2 張牌也為紅心的機率_____。

13. 如右圖為兩同心圓，若 $\overline{AB} = 1$ 、且 \overline{AB} 與小圓相切於 A 點，試求陰影區域面積為_____平方單位。



14. 已知 a_1, a_2, a_3 是 $0, 1, 2, 3, \dots, 9$ 的其中一個數字，且 $a_1 \neq 0$ 。設 $a_1a_2a_3$ 是一個三位數，我們稱三位數 $a_1a_2a_3$ 的長度 $\|a_1a_2a_3\|$ 為 $\|a_1a_2a_3\| = |a_1 - a_2| + |a_2 - a_3|$ ，試求滿足 $\|a_1a_2a_3\| = 3$ 的三位數有_____個。
15. 已知 $y = f(x) = x^2 + bx + c$ 為正整數係數的二次函數，圓圓想找出函數 $y = f(x)$ ，就從位於第一象限的圖形上找 8 個格子點（座標 x, y 都是整數），使得這 8 個點的 x 坐標以相等的正整數值增加，且其函數值分別為 20、56、110、182、274、380、506、650，但其中有一個函數值不正確，試求
- (1) 8 個函數值中不正確的為_____ (4 分)。
- (2) 此二次函數的係數 $b+c$ 之值（不只一組解）_____ (9 分)。

國立彰化高級中學 112 學年度科學班甄選 【數學科】答案卷

注意事項：

1. 本試題有 15 題填充題，1~13 題，每題 6 分。第 14 題 9 分，第 15 題 13 分。圖形僅做為參考，不代表實際大小。
2. 答案請化簡、依序填入答案欄內，並交回答案卷。若為分數，以最簡假分數呈現。
3. 若答案超過 1 個，需全對才給分。

1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12
13	14	15(1)	15(2)		