

國立彰化高級中學 109 學年度科學班甄選【數學科】試題

注意事項：

1. 可能會用到的公式

$$x^2 - y^2 = (x+y)(x-y)$$

$$(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

$$x^3 + y^3 = (x+y)(x^2 - xy + y^2) = (x+y)^3 - 3xy(x+y)$$

$$(x+y)^3 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$$

$$1+2+3+\dots+n = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$1^2+2^2+3^2+\dots+n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$1^3+2^3+3^3+\dots+n^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$$

一等差數列 $\langle a_n \rangle$ ，首項 a_1 、公差為 d ，則第 n 項 $a_n = a_1 + (n-1)d$ ；前 n 和為 $\frac{n(2a_1 + (n-1)d)}{2}$

根的性质：若 $f(a) = 0$ ，則稱 a 為 $f(x) = 0$ 的根

$\triangle ABC$ 中，三邊長 $\overline{AB} = c, \overline{BC} = a, \overline{AC} = b$ ，則面積為 $\frac{1}{2}a \cdot h_a = \frac{1}{2}ab \sin C = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ ， $s = \frac{a+b+c}{2}$ ， $\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$

$$\sin(180^\circ - \theta) = \sin \theta \quad \cos(180^\circ - \theta) = -\cos \theta \quad \tan(180^\circ - \theta) = -\tan \theta$$

平行四邊形 $ABCD$ 中， $\overline{AC}^2 + \overline{BD}^2 = 2(\overline{AB}^2 + \overline{AD}^2)$

2. 本試卷共有兩頁，請將答案寫在答案卷上，並將試題卷、答案卷、計算紙交回。

3. 第 1~12 題，每題 6 分，第 13~16 題，每題 7 分。

4. 答案需化至最簡型式，不得以 n'' 、 $n!$ 、 P''_m 、 C''_m 呈現。

5. 所有圖形僅作參考，不代表實際大小。

【題目開始】

1. 試求 123456×987654 之值_____。

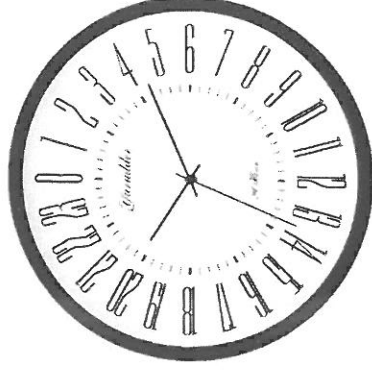
2. 假設 a 是最小的三位數質數、 b 是最大的三位數質數、 c 是最小的四位數質數，試找出 $a+b+c$ 的所有質因數_____。

3. 在整係數中因式分解： $x^8 + 17x^4 + 16x^2 + 17$ _____。

4. 試求 $\sqrt{91 \times 97 \times 103 \times 109 + 1296}$ 之值_____。

5. 化簡 $\frac{2\sqrt{21} - \sqrt{35} + 5\sqrt{15} - 16}{\sqrt{7} + 2\sqrt{5} - \sqrt{3}}$ 成最簡根式_____。（註明：有理化分母）

6. 一 24 小時的時鐘(如右圖)，試求 3 點 53 分時，時針與分針夾角的度數_____。

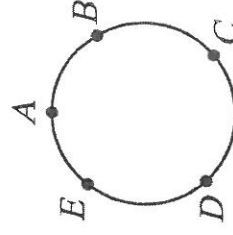


(註明：取小於 180° 的夾角，如果夾角有小數點，需取整數部分，並算至度的最小單位”。 $1^\circ = 60'$ 、 $1' = 60''$)

7. 有一最簡分數，分子與分母之和為 80，將此數化成小數並四捨五入後為 0.4，試求此分數_____。

(註明：分子分母都是正整數)

8. 彰化市的外環道路旁沿著路線設有 A、B、C、D、E 共 5 個休息站，如右圖，每個休息站依次設有



飲水機 17, 11, 14, 8, 10 台以供市民使用。現在為了使各休息站的飲水機台數相等，請問最少

要移動_____台，才能達到每站有相同個數的飲水機；並說明移動方法_____。

(註明：為了節省成本，每一站只能將飲水機搬動到相鄰的休息站，例如 A 的飲水機只能搬到 B 或搬到 E)

