

國立彰化高級中學 108 學年度科學班甄選【數學科實驗實作】試題

填充題【1~12題，每題7分。13~14題，每題8分。答案請化簡，並依序填入答案欄內】

1. 一凸四邊形四邊長依順時針方向為 a 、6、9、7，若其兩對角線互相垂直，則 $a =$ _____。
2. 三角形 ABC 中，已知 $\angle ABC > 90^\circ$ ， D 為線段 \overline{AC} 上一點滿足 \overline{BD} 垂直 \overline{AC} ，已知 $\overline{BC} = 3\sqrt{2}$ 、 $\overline{AD} = \sqrt{5}$ ， $\overline{CD} = 2\sqrt{5}$ ，則 $\angle ABC =$ _____。
3. 設 $a = \frac{10}{1} + \frac{9}{2} + \frac{8}{3} + \frac{7}{4} + \frac{6}{5} + \frac{5}{6} + \frac{4}{7} + \frac{3}{8} + \frac{2}{9} + \frac{1}{10}$ ， $b = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8} + \frac{1}{9} + \frac{1}{10} + \frac{1}{11}$ ，則 $\frac{a}{b} =$ _____。
4. 三角形 ABC 中，已知 $\angle ABC = 90^\circ$ ， D 為線段 \overline{AC} 上一點滿足 \overline{BD} 垂直 \overline{AC} ，已知 $\overline{AB} = 6$ 、 $\overline{CD} = 5$ ，則 ΔABD 的內切圓半徑 =_____。
5. 設 $f(x) = x^3 - 9x^2 - 5x + 17$ ，若相異三實數 a 、 b 、 c 滿足 $f(a) = f(b) = f(c) = 17$ ，則 $\frac{1}{2+a} + \frac{1}{2+b} + \frac{1}{2+c} =$ _____。
6. 設整數 x 滿足 $2x^2 + 3x - 35$ 的值是某質數的平方，則所有 x 可能值的總和為_____。
7. 在座標平面上有兩個半徑是10的圓與一個半徑是16的圓，若此三圓兩兩外切，今有一大圓與此三圓皆內切，則此大圓的半徑為_____。
8. 設一數列第 k 項的值為 $k \times 2^k$ ， $k = 1、2、3 \dots$ ，則前12項的總合為_____。
9. 滿足方程式： $(x^2 + 4x - 5)^2 + (3x^2 - 11x + 10)^2 = (4x^2 - 7x + 5)^2$ 的所有 x 可能值之總和為_____。
10. 設 $y = 4x^2 - 4ax + a^2 - 2a + 2$ ，其中 a 為常數，若在 $0 \leq x \leq 2$ 的條件下， y 有最小值5，則所有 a 的可能值之總和為_____。

11. 三角形 ABC 中，已知 $\angle A = 120^\circ$ ， $\overline{AB} = 3$ 、 $\overline{AC} = 1$ ，則 $\overline{BC} =$ _____。
12. 從1~9這9個數字中取出**相異**的三個數字 a 、 b 、 c (由小到大)，而此三個數字共可排成6個不同的三位數，若此6個三位數的總和介於2019 與 2417之間，則這三個數字 a 、 b 、 c (由小到大)共有_____種不同的取法。
13. 邊長是 1 的正八邊形 $ABCDEFGH$ ，設 \overline{AD} 與 \overline{BF} 交於 P 點，則 ΔPDF 的面積為_____。
14. 用1、2、3、4、5各一個數去排成五位數，若1不排萬位數，2不排千位數，3不排百位數，4不排十位數，5不排個位數，則共有_____個五位數滿足此需求。