

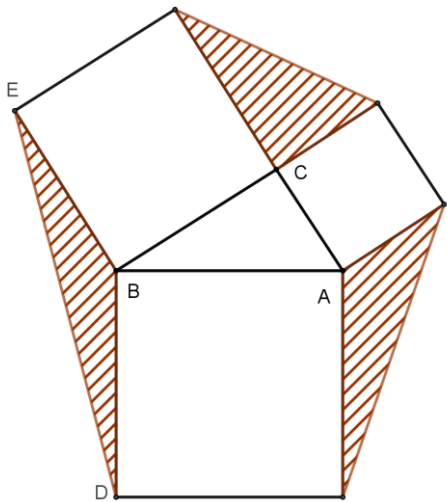
國立彰化高級中學 114 學年度資優班甄選—複選【數學科】試題卷

※答案須化成「最簡分數」或「最簡根式」，並請寫在答案卷上。

一、填充題【第 1~6 題，每題 8 分；第 7~12 題，每題 6 分，共 84 分】

1. 在臺灣每年流感病例約自 11 月開始逐漸增加，於 12 月至隔年 3 月份達到流行高峰。
某一班級得流感的同學很多，某一個星期有 5 天上課日期間，請病假的人數分別為：
週一 12 人、週二 7 人、週三 9 人、週四 8 人、週五 11 人，假設該星期每天都請病假的學生有 6 人，
試問此班級在該星期請過病假的人總數最多有_____個。
2. 甲袋內裝有 n 顆球編號 $1, 2, 3, \dots, n$ ，乙袋內裝有五顆球編號 $2, 3, 5, 7, 9$ ，並且在同一個袋中的每一顆球
被取出的機會均等。若從兩袋中各隨機取出一顆球，兩球號碼相加為偶數的機率是 $\frac{33}{65}$ ，求 $n =$ _____。
3. 三角形三邊長分別為 $\sqrt{13}$ 、 5 、 $2\sqrt{10}$ ，試求此三角形的面積為_____。
4. n 筆正整數資料，數值可相同亦可不同，中位數為 34，平均數為 38。若移除其中的一筆數值 34 的資料
後，其餘資料的平均數變為 39。試問：此 n 筆資料中，最大可能的數值為_____。
5. 有一個 2025 項的數列 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{2025}$ ，已知 $a_4 = 5$ 、 $a_6 = 8$ 且對所有正整數 n 皆滿足 $a_n + a_{n+1} + a_{n+2} = 11$ ，
試求所有奇數項和 $a_1 + a_3 + a_5 + \dots + a_{2023} + a_{2025} =$ _____。
6. 在坐標平面上，正六邊形 $ABCDEF$ 中的 A 、 B 兩點在直線 $y = 14$ 上， C 、 D 、 E 、 F 則恰在拋物線 $y = ax^2$ 上，
試求 $a =$ _____。
7. 已知實數 x, y, m 滿足 $\sqrt{7x+5y-2-m} + \sqrt{4x+3y-m} = \sqrt{x+y-114} \times \sqrt{114-x-y}$ ，
試求 m 之值為_____。
8. 設 $f(x)$ 與 $g(x)$ 皆為實係數一次多項式，且首項係數皆為正數，已知 $(f(x))^2$ 除以 $g(x)$ 的餘式為 2，
而 $(g(x))^2$ 除以 $f(x)$ 的餘式為 8，求 $2f(x) - g(x) =$ _____。
9. 設 a, b, c, d 為四個非零的數，若 $c, 2d$ 為二次方程式 $x^2 + ax + 2b = 0$ 的兩根，而 $3a, 4b$ 為二次方程式
 $x^2 + 3cx + 4d = 0$ 的兩根，則 $c =$ _____。

10.已知 $\triangle ABC$ 的邊長 $\overline{AB}=6$ 、 $\overline{AC}=4$ ，分別以三邊向外做出三個正方形，示意圖如下。試求圖中三個斜線部分面積和的最大值為_____。



11.在學校慶典上，學校安排高一全體學生參加人海排字活動。活動負責老師希望排出整齊的隊形，讓整體排字效果最佳。若要排成正方形，則會多出 11 位學生，後來決定改排成長方形，列數比行數多 7，就剛好不多也不少。請問這次參與排字活動的高一學生**最多**有_____人。

12.In the beginning, John, Mary, and Peter had a total of 114 nuts. John had the most nuts, and Peter had the least.
The three numbers of nuts that each person had formed a geometric progression(等比數列).
John gives Mary 24 nuts. Now the three numbers of nuts each person has form an arithmetic progression(等差數列).
Find the number of nuts John had in the beginning._____.

二、計算證明題【每題 8 分，共 16 分。請寫出計算過程，否則不予計分】

1.試求 $\frac{x-4}{\sqrt{x-3}+1}+\frac{x-13}{\sqrt{x-4}+3}=\sqrt{17}$ 的解 $x=?$

2.如下圖，正方形 $ABCD$ 的中心為 O ，面積為 2025 平方單位。 P 點為正方形內一點，且 $\angle OPB=45^\circ$ 、 $\overline{PA}:\overline{PB}=3:4$ ，試求 $\overline{PA}+\overline{PB}=?$

