

國立彰化高級中學 113 學年度校內學科能力競賽物理科試題卷

共 45 題填充題，每格 4 分共 180 分

1. 微分以下函數：

(a) $y = x^3 + 5x^2 - 3x + 6$

(b) $y = 5\sin(3x+8)$

(c) $y = \ln(5x+2)$

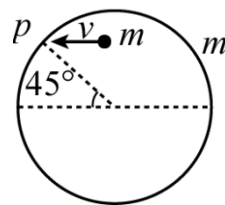
2. 計算下列積分：

(a) $\int (7\sin\frac{t}{3})dt$

(b) $\int_0^{10} (6x^2 + 3) \cdot dx$

3. 質量 M ，長度 L 的細繩在水平面上以角速度 ω 繞 O 點做等速率運動。求離中心點 r 處的繩子張力。

4. 質量為 m 的靜止圓環半徑為 R 置於光滑水平面上，有一質量亦為 m 的小球以 v 的速率撞擊 P 點如右圖，再經多少時間，小球和環碰撞第二次？



5. 太空船以速率 v 繞地心做半徑為 R 的等速率圓周運動。太空船上的推進器於某瞬間沿著軌道的切線方向噴射，使其速率變成 $4v/3$ 。設地球的半徑遠小於 R ，且地球的公轉與自轉效應均可忽略。

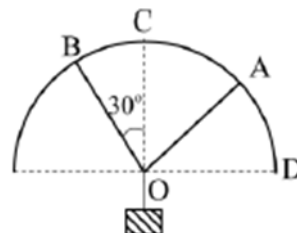
(a) 太空船離地心的最遠距離為何？

(b) 太空船離地心最遠處的瞬時速率為何？

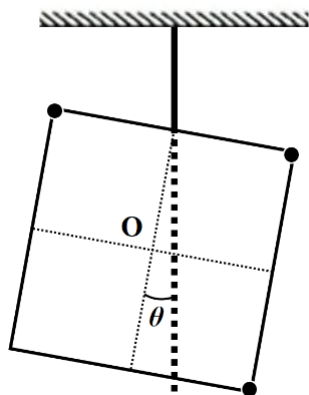
(c) 太空船環繞地球運行之週期變成多少？

6. 以 10 m/s 的初速在水平方向拋出一物體，不計空氣阻力，當該物體之切線加速度與法線加速度的量值比為 $3:1$ 時，水平位移與鉛直位移的量值比(相較於原拋出處)為多少？

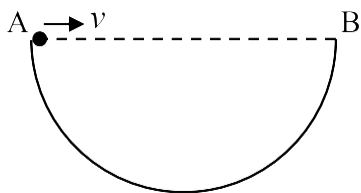
7. 如右圖，一個重 10 N 的物體用兩根繩子 OA 和 OB 懸掛於半圓形的架子上， B 點固定不動， $\angle COB = 30^\circ$ ，懸掛點 A 由 C 點往 D 點移動，在此過程中， $\angle COA$ 為幾度時， OA 的繩張力有最小值？



8. 一正方形均勻金屬薄板邊長為 L ，在其上三個頂點鑲上三個完全相同、體積可忽略、重量為 W 的金塊，以輕繩懸吊其中一邊的中點，當薄板保持靜止不動時，呈現右圖傾斜的狀態，其中 $\tan\theta=0.125$ ，圖中細虛線為各對邊中點連線，兩線交於薄板中心 O ，粗虛線為通過細繩之鉛垂線。請問金屬薄板的重量為何？

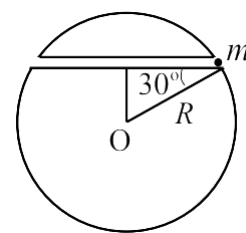


9. 有一半徑為 R 的半圓環， \overline{AB} 為此環平行地面的直徑。若有一小球從 A 點以速度 v 水平拋出，重力加速度為 g ，不計空氣阻力。則要使小球落到環上的鉛直速度最大，則 v 為多少？

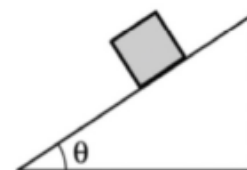


10. 一質點從 A 出發沿 C 方向以 v 等速運動，同時有另一質點從 B 出發作等速運動。已知 A 、 C 相距 L ； B 、 C 相距 d ，且 $\overline{AC} \perp \overline{BC}$ ，若要兩質點相遇，則從 B 出發的質點其最小速率為多少？

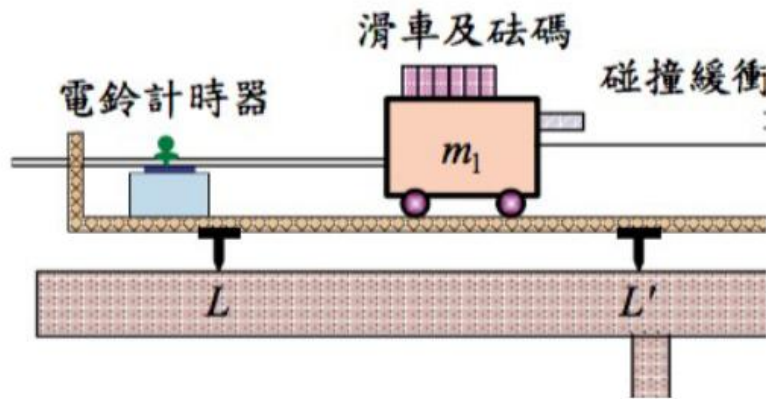
11. 地球半徑為 R ，地表重力加速度為 g ，如圖所示任意挖一通道，所有阻力及地球自轉皆不計，則一石子 m 自洞口由靜止釋放，則最大速率為何？



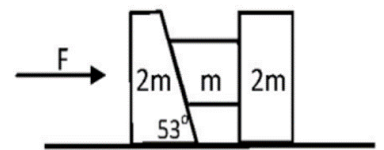
12. 如右圖，粗糙斜面上載著木塊，兩者一起在水平面上做簡諧運動，恰使木塊不在斜面上滑動，木塊與斜面間靜摩擦係數為 μ ，已知木塊的最大速率為 v_0 ，將木塊視為質點，問該簡諧運動的振幅至少應為多少？($\mu \cos \theta > \sin \theta$)



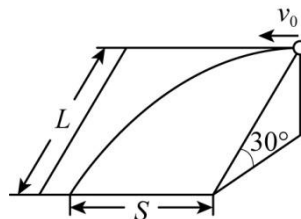
13. 某生做「牛頓第二運動定律」實驗，裝置如圖。實驗過程中，他依次將滑車上的砝碼移到掛鉤上，量測滑車加速度 a 與掛鉤及掛鉤上砝碼的總重量 Mg 間的關係。滑車質量為 m_1 、掛勾質量為 m_2 、所有砝碼總質量為 m_3 ，滑車與軌道間的摩擦係數為 μ ，重力加速度的量值為 g ，且繩子和定滑輪的摩擦皆可忽略，但滑車與軌道間的摩擦不可忽略，一開始 LL' 軌道為水平，量測結果 a 對 Mg 關係圖應為一斜直線，則下列何者正確？(多選全對才給分)
- (A) 滑車與軌道間的摩擦係數越大，則 a 對 Mg 關係圖的斜率越大
- (B) 滑車質量越大，則 a 對 Mg 關係圖的斜率越大
- (C) 將 a 對 Mg 關係圖延長後，隨滑車與軌道間的摩擦係數越大，直線在 a 軸截距的絕對值越大
- (D) 若 LL' 軌道與水平線有一夾角 θ ，則 a 對 Mg 關係圖仍是一直線
- (E) 若 LL' 軌道與水平線有一夾角 θ ($\sin \theta > \mu \cos \theta$)，隨著滑車與軌道間的摩擦係數越大， a 對 Mg 關係圖在 a 軸的截距越大



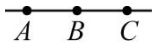
14. 如右圖，三個質量分別為 $2m$ 、 m 和 $2m$ 的木塊，木塊間無摩擦，木塊與地面之間也無摩擦力。試問，欲使中間的木塊不致落下，則所需的水平力 F 至少為多少？



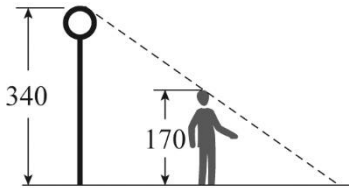
15. 如圖所示，有一傾角為 30° 的光滑固定斜面，斜面長 L 為 10m ，一小球從斜面頂端以 $v_0 = 10\text{m/s}$ 的速度沿水平方向拋出，試求小球滑到斜面底端時的水平位移 S 為多少 m ？(重力加速度量值為 10m/s^2)



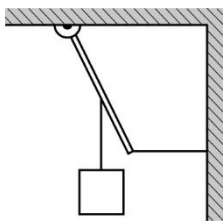
16. 如圖所示，作等加速直線運動的物體，依次通過 A、B、C 三點，線段長度 $\overline{AB} = \overline{BC}$ 。已知物體在 AB 段的平均速度為 0.5 m/s，在 BC 段的平均速度為 1.5 m/s，則物體在 B 點的瞬時速度為多少 m/s？



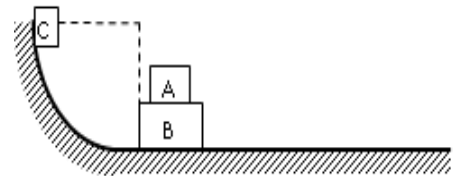
17. 身高 170 cm 的小明在高度為 340 cm 的路燈下，沿著直線路徑離開路燈。已知路燈照射在此直線的延長線上，且小明走動為等速率 1 m/s，則小明頭部在地面上影子移動速率為多少 m/s？



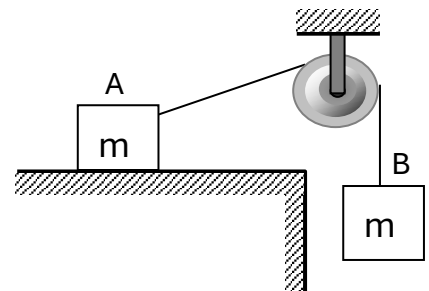
18. 如圖所示，重量可忽略的木棒，其上端以樞紐固定，下端與水平細線連接，在木棒的中點懸一重量為 W 的物體，木棒與鉛直線的夾角為 37° ，則水平細線的張力為何？



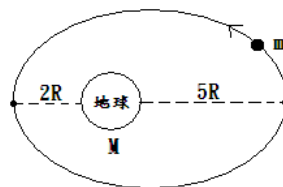
19. 如圖所示，質量 m 的物體 A 與質量 $2m$ 的物體靜止於粗糙水平面上，質量為 m 的物體 C 沿著半徑為 R 的光滑 $\frac{1}{4}$ 圓弧由靜止下滑，且與 A、B 發生彈性碰撞，若 A、B 在粗糙水平面上滑行距離 s 後停下，且在運動過程中 A、B 始終相對靜止，則 A、B 間的靜摩擦力為_____。



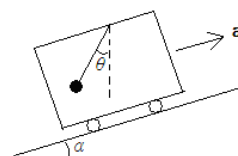
20. 如圖所示，質量為 m_1 和 m_2 的物體 A、B 通過定滑輪連接，A 放在水平桌面上，且 $m_1 > m_2$ 。B 由靜止開始落下，落下過程中繩始終拉緊，A 在水平面上向右運動。若不計繩與滑輪的質量，忽略所有摩擦力，則當 B 落下 h 高度時，A 的繩子與水平方向夾角 θ ，此時 B 的速度為_____。



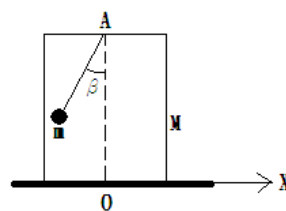
21. 一人造衛星以橢圓軌道繞地球公轉，如下圖所示。已知地球質量 M 、半徑 R ，衛星質量 m ，今欲使此衛星脫離地球引力的束縛，至少須供給它多少能量？



22. 如下圖所示，一車廂沿傾斜角 $\alpha = 15^\circ$ 的斜面加速上行時，車中懸一單擺，見擺線與鉛直線夾 $\theta = 30^\circ$ ，則此車的加速度 a

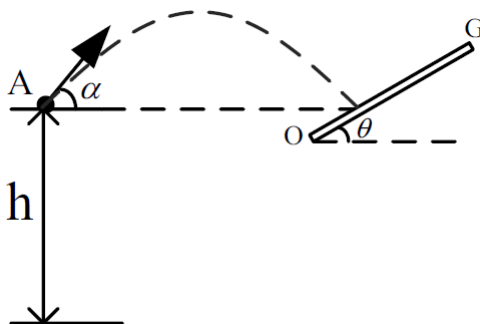


23. 如下圖所示，質量 M 之均勻方形盒靜置於光滑的水平面上，自其頂部的中央 A 點，以長度 5.0 cm 之細繩懸吊一質量 $m = M/3$ 的物體，開始時該質點靜止，細繩與鉛直線夾角 β 為 37° ， A 點正下方的 O 點訂為 x 坐標原點，則此質點擺到右邊最高點時，對靜立地面的人而言，方形盒將向左移動幾公分。

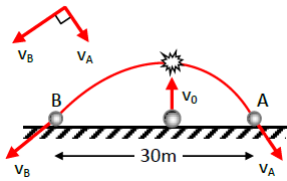


24. 如圖所示，從離地面高度為 h 的固定點 A ，將甲球以速度 v_0 拋出，拋射角為 α ， $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ 。

若在 A 點前方適當的地方放一質量非常大的平板 OG ，讓甲球與平板做完全彈性碰撞，並使碰撞點與 A 點等高，則當平板傾角 θ 為恰當值時 ($0 < \theta < \frac{\pi}{2}$)，甲球恰好能回到 A 點。另有一小球乙，在甲球自 A 點拋出的同時，從 A 點靜止自由落下，與地面做完全彈性碰撞。則 v_0 應滿足怎樣的一些條件，才能使乙球與地面碰撞一次後與甲球同時回到 A 點？

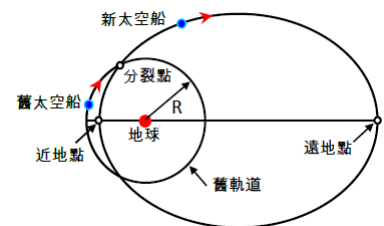


25. 在水平地面以速度 12m/s 鉛直向上發射一炮彈，其質量 $M = 25\text{kg}$ ，當砲彈上升到最高點時爆炸分裂成 A、B 兩塊，各沿水平方向射出，測得 A、B 二者的落地點相距 30m ，且落地時二者的速度方向恰好相互垂直，如圖所示，若不計空氣阻力，且質量 A 大於 B，則 A 的質量為多少？

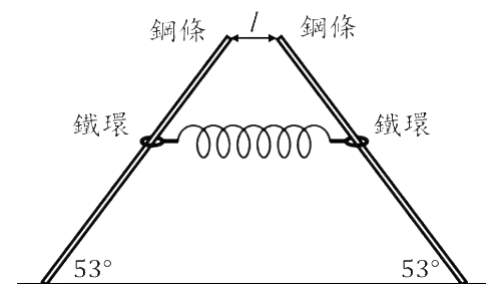


26. 有一質量為 m 的太空船在距地心 R 處作等速率圓周運動，今太空船欲前往另一新的橢圓軌道上執行任務。此時，將船體質量 $\frac{1}{6}$ 截斷並以速度 $\sqrt{\frac{26GM}{9R}}$ 往地心方向拋出，則太空船會駛入新的橢圓軌道如右圖，若太空船在新軌道的近地點速度大小為 $\frac{4}{3}\sqrt{\frac{GM}{R}}$ ，遠地點的速度大小為 $\frac{1}{3\sqrt{\frac{GM}{R}}}$ (G 為萬有引力常數， M 為地球質量)，又太空船拋射的時間極短。

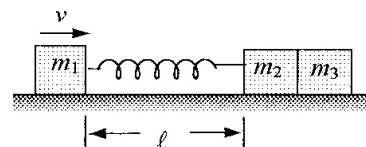
- 則太空船作圓周運動時的週期為何？
- 則太空船作圓周運動時的速率為何？
- 太空船分裂後的速度大小為何？
- 太空船於新軌道上的週期為何？



27. 如右圖所示，兩完全相同的鋼條固定於水平桌面上，且與桌面夾 53° 角，兩鋼條在同一個與桌面垂直的平面上。在兩鋼條上各套一個質量同為 m 的鐵環，並以力常數為 k 的理想彈簧相連之，鐵環與鋼條間的靜摩擦係數為 0.8 、動摩擦係數為 0.5 ，兩鋼條頂端之間距正好是彈簧的自然長度 l ，今將鐵環與彈簧組成之系統由鋼條頂端處靜止釋放，已知下滑過程中彈簧與鐵環始終保持在同一水平面上，鐵環可視為質點，設重力加速度為 g ，則右側鐵環之最大動能為何。



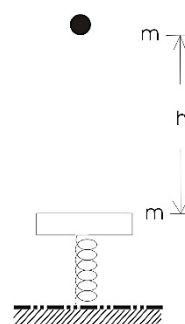
28. 有三個質量分別為 m_1 、 m_2 和 m_3 的質點，在一光滑的水平面上排列成一直線，如圖所示。 m_1 和 m_2 之間以一力常數為 k 的輕彈簧相連接，而 m_2 和 m_3 之間僅相接觸，但不相連結。起始時($t=0$)， m_1 和 m_2 之間



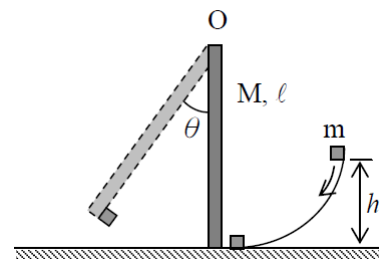
的彈簧長度為其自然長度 ℓ ，但 m_1 以速度 v 向 m_2 運動， m_2 和 m_3 則處於靜止狀態。試問：

- (a) 在 m_2 與 m_3 分開前， m_1 與 m_2 之間的距離與時間 t 的關係式為何？
 (b) 當 m_2 與 m_3 分開時， m_3 的速度為何？
29. 如右圖，彈力常數為 k 的彈簧，上方固定一塊質量為 m 的木板，將一質量也為 m 的泥球自木板正上方 h 高處自由落下，若泥球落下時黏附在木板上作 S.H.M.，設重力加速度為 g ，則

- (a) S.H.M. 振幅為何？
 (b) S.H.M. 的最大速率為何？

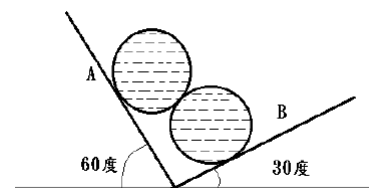


30. 質量 m 的物體從高度 h 的光滑曲面下滑，在滑行至底部時與一垂直的均勻細棒碰撞且黏附其上。細棒長度為 l ，質量為 M ，一端懸掛在支點 O 上，另一端未接觸底部。試求細棒繞著支點 O 旋轉的最大角度。(均勻細棒繞著支點 O 旋轉的轉動慣量為 $\frac{1}{3} Ml^2$)

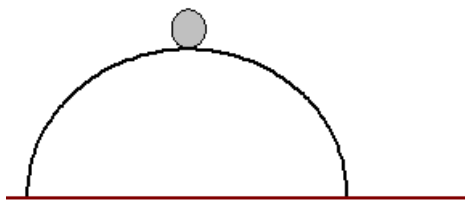


31. 下圖中，兩個半徑相同的均勻圓柱，其重量均為 W ；兩固定斜面 A 和 B 的傾斜角各為 60° 和 30° ，忽略一切摩擦力，則：

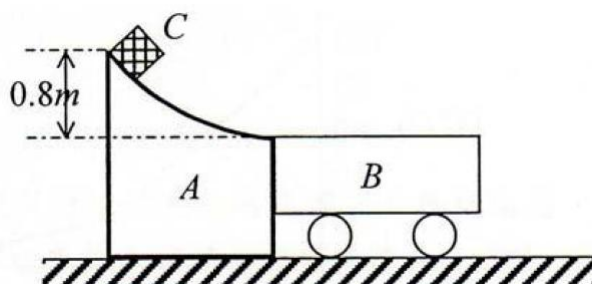
- (a) 兩圓柱軸心與軸心連成之平面，與斜面 A 的夾角為何？
 (b) A、B 兩球間之交互作用力大小為何？



32. 一小球自半徑為 R 的光滑半圓球頂由靜止開始下滑，求小球落地瞬間的速度的垂直分量。



33. 如下圖所示，A 為一固定不動的光滑軌道，質量 30 kg 的台車 B 緊靠著 A 的右側。現有一質量為 20 kg 的塊狀重物 C，在高出台車平面 0.8 m 處，沿軌道以 3 m/s 的初速度下滑，衝上小車。設 C 與 B 車板面間的摩擦係數為 0.5 ，B 車與地面間的摩擦可以忽略，則 B 台車的長度至少應為若干公尺，重物 C 才不致滑出板面？



34. 一火箭之初速度 $v_0 = \sqrt{\frac{GM}{R}}$ ，其中 M 為地球質量， R 為地球半徑， G 為萬有引力常數；此火箭之初速度方向與當地之水平線夾 60° 度角，試求此火箭以此初速度 v_0 被彈射後之最大高度。