

# 北北基高級中等學校

## 114 學年度分科測驗聯合模擬考試

### 數學乙考科

請於考試開始鈴響起，在答題卷簽名欄位以正楷簽全名

—作答注意事項—

考試範圍：第一～二冊、第三～四冊(數學A、B均關聯的學習內容)、選修數學乙(全)

考試時間：80 分鐘

作答方式：

- 選擇(填)題用 2B 鉛筆在「答題卷」上作答；更正時以橡皮擦擦拭，切勿使用修正帶(液)。
- 除題目另有規定外，非選擇題用筆尖較粗之黑色墨水的筆在「答題卷」上作答；更正時，可以使用修正帶(液)。
- 考生須依上述規定劃記或作答，若未依規定而導致答案難以辨識或評閱時，恐將影響成績。
- 答題卷每人一張，不得要求增補。
- 選填題考生必須依各題的格式填答，且每一個列號只能在一個格子劃記。請仔細閱讀下面的例子。

例：若答案格式是  $\frac{\textcircled{18-1}}{\textcircled{18-2}}$ ，而依題意計算出來的答案是  $\frac{3}{8}$ ，則考生必須分別在答題卷上的第 18-1

列的  $\frac{3}{\square}$  與第 18-2 列的  $\frac{\square}{8}$  劃記，如：

18-1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
18-1	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
18-2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
18-2	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

例：若答案格式是  $\frac{\textcircled{19-1} \textcircled{19-2}}{50}$ ，而答案是  $\frac{-7}{50}$  時，則考生必須分別在答題卷的第 19-1 列的  $\frac{\square}{50}$  與

第 19-2 列的  $\frac{7}{\square}$  劃記，如：

19-1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
19-1	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
19-2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
19-2	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

選擇(填)題計分方式：

- 單選題：每題有  $n$  個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項。各題答對者，得該題的分數；答錯、未作答或劃記多於一個選項者，該題以零分計算。
- 多選題：每題有  $n$  個選項，其中至少有一個是正確的選項。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得該題全部的分數；答錯  $k$  個選項者，得該題  $\frac{n-2k}{n}$  的分數；但得分低於零分或所有選項均未作答者，該題以零分計算。
- 選填題每題有  $n$  個空格，須全部答對才給分，答錯不倒扣。

※試題中參考的附圖均為示意圖，試題後附有參考公式及數值。

## 祝考試順利



版權所有 · 翻印必究

## 第壹部分、選擇（填）題（占 72 分）

### 一、單選題（占 30 分）

說明：第 1 題至第 6 題，每題 5 分。

1. 某校高二全年級共有 100 名學生。根據社團報名資料統計，在這 100 名學生中參加合唱團的有 63 人，參加科技社的有 75 人。試問同時參加這兩個社團的學生，最少有多少人？

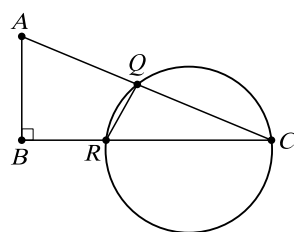
- (1) 12 人
- (2) 25 人
- (3) 37 人
- (4) 38 人
- (5) 63 人

2. 設複數  $z$  滿足  $|z - 3i| = 2$  (其中  $i = \sqrt{-1}$ )，試求  $|z|$  的最大值為何？

- (1) 3
- (2) 5
- (3) 7
- (4) 9
- (5) 11

3. 在直角三角形  $ABC$  中，已知  $\angle B = 90^\circ$ ， $\overline{AB} = 5$ ， $\overline{BC} = 12$ 。若一圓通過  $C$  點且分別交  $\overline{AC}$ 、 $\overline{BC}$  於  $Q$ 、 $R$  兩點，且已知該圓的直徑為 8，則  $\overline{QR} = ?$

- (1)  $\frac{20}{13}$
- (2) 3
- (3)  $\frac{40}{13}$
- (4)  $\frac{60}{13}$
- (5)  $\frac{96}{13}$



4. 設  $\langle a_n \rangle$  為一等比數列，首項  $a_1=10$ ，公比  $r=2$ 。若定義新數列  $b_n=\log a_n$  (其中  $\log$  為以 10 為底的常用對數)，試問滿足  $b_n>6$  的最小正整數  $n$  為何？
- (1) 17
  - (2) 18
  - (3) 19
  - (4) 20
  - (5) 21
5. 有 50 筆數據  $(x_i, y_i)$ ， $i=1, 2, \dots, 50$ ，其相關係數為  $r=0.6$ 。若  $y$  對  $x$  的最適直線 (迴歸直線) 方程式為  $y=0.3x+k$ 。試依據上述資訊選出正確的選項。
- (1)  $x$  的標準差  $\sigma_x$  小於  $y$  的標準差  $\sigma_y$
  - (2) 若將  $x$  與  $y$  的數據皆進行標準化 (即  $Z_x=\frac{x-\mu_x}{\sigma_x}$ ， $Z_y=\frac{y-\mu_y}{\sigma_y}$ )，則  $Z_y$  對  $Z_x$  的最適直線之斜率為 0.6
  - (3) 此組數據的相關係數為 0.6，代表所有數據點中有 60% 的點正好落在這條最適直線上
  - (4) 若將 50 筆數據  $x$  與  $y$  互換，即  $(a, b)$  弄錯為  $(b, a)$ ，則互換後相關係數會變為  $\frac{1}{0.6}$
  - (5) 若將 50 筆數據  $x$  與  $y$  互換，即  $(a, b)$  弄錯為  $(b, a)$ ，則互換後  $y$  對  $x$  的最適直線斜率會變為  $\frac{1}{0.3}$
6. 投擲一顆公正的骰子兩次，所得點數分別為  $a$  與  $b$ 。設數據  $a, b$  的變異數為  $\sigma^2$ ，試問滿足  $\sigma^2<1$  的機率為何？
- (1)  $\frac{1}{6}$
  - (2)  $\frac{1}{3}$
  - (3)  $\frac{4}{9}$
  - (4)  $\frac{1}{2}$
  - (5)  $\frac{5}{9}$

二、多選題 (占 24 分)

說明：第 7 題至第 9 題，每題 8 分。

7. 在平面上有兩個非零向量  $\vec{a}$ ， $\vec{b}$ ，且  $|\vec{a}|=2$ ， $|\vec{b}|=3$ ， $\vec{a} \cdot \vec{b}=3$ ，則下列哪些選項是正確的？

- (1)  $\vec{a}$  與  $\vec{b}$  的夾角為  $60^\circ$
- (2)  $|\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{7}$
- (3) 以  $\vec{a}$ ， $\vec{b}$  所張成的平行四邊形面積為  $3\sqrt{3}$
- (4)  $\vec{a}$  在  $\vec{b}$  上的正射影等於  $\vec{b}$  在  $\vec{a}$  上的正射影
- (5)  $\vec{a}$  在  $\vec{b}$  上的正射影長為 1

8. 已知矩陣  $A$  為一個  $3 \times 2$  階矩陣，試依據矩陣運算性質，選出下列哪些選項是正確的？

- (1) 若矩陣  $B$  為一個  $3 \times 2$  階矩陣，則  $A+B=B+A$
- (2) 若矩陣  $B$  為一個  $2 \times 3$  階矩陣，則  $BA$  為一個二階方陣
- (3) 若  $I_2$  與  $I_3$  分別表示二階與三階的單位方陣，則  $AI_2=I_3A=A$

(4) 若  $A = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 3 \\ 7 & 3 \end{bmatrix}$ ，則  $2A = \begin{bmatrix} 4 & 4 \\ 2 & 3 \\ 14 & 3 \end{bmatrix}$

(5) 若  $A \begin{bmatrix} 3 & a \\ 0 & b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 6 & 0 \\ 9 & 5 \end{bmatrix}$ ， $A \begin{bmatrix} c & 0 \\ d & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 4 \\ 5 & -2 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}$ ，則  $A \begin{bmatrix} 0 & 6 \\ 6 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 & 6 \\ -6 & 12 \\ 6 & 18 \end{bmatrix}$

9. 醫生針對某病患開立處方，已知該藥物在人體內經過一天後，殘留量會變為原來的 60 % (即代謝掉 40 %)。醫生指示病患第一天服用 50 毫克，之後每天同一時間皆再服用 40 毫克。設  $a_n$  代表第  $n$  天服用當天的新藥後，體內所累積的總藥物量 (單位：毫克)，即  $a_1=50$ 。關於此數列  $\langle a_n \rangle$  的性質，下列哪些選項是正確的？
- (1) 此數列滿足遞迴關係式  $a_{n+1}=0.6a_n+40$  ( $n$  為正整數)
  - (2)  $a_3=82$
  - (3) 此數列為等差數列
  - (4) 此數列為遞增數列(即  $a_{n+1} \geq a_n$  成立)
  - (5) 若長期服用，體內藥物總量會超過 150 毫克

### 三、選填題 (占 18 分)

說明：第 10 題至第 12 題，每題 6 分。

10. 空間中有一等腰三角形  $ABC$ ， $\overline{AB} = \overline{AC} = 10$ ， $\overline{BC} = 12$ ， $D$  為  $\overline{BC}$  中點， $E$  在  $\overline{AD}$  上且  $\overline{AE} : \overline{ED} = 3 : 1$ 。另有一點  $P$  滿足  $\overline{PE}$  垂直平面  $ABC$ ，且  $\overline{PE} = 3$ ，試求  $\overline{PC} = \underline{\quad \textcircled{10} \quad}$ 。
11. 已知直線  $L_1$  的  $y$  截距為 3；直線  $L_2$  與  $L_1$  互相垂直，且兩直線交點為  $(2, 6)$ 。設  $R$  為  $L_1$ 、 $L_2$  與  $x$  軸圍成的區域 (包含邊界在內)，且  $P(x, y)$  為  $R$  區域中之動點，則  $8x - 5y$  的最小值為  $\underline{\quad \textcircled{11-1} \textcircled{11-2} \textcircled{11-3} \quad}$ 。
12. 已知在  $\triangle ABC$  中，頂點  $A$  坐標為  $(2, 4)$ ，且其中兩條中線所在的直線方程式為  $x - 2y - 2 = 0$  與  $x + y - 2 = 0$ ，試求直線  $BC$  的方程式為  $\underline{\quad x + \textcircled{12-1}y + \textcircled{12-2} = 0 \quad}$ 。

## 第貳部分、混合題或非選擇題（占 28 分）

說明：本部分共有 2 題組，單選題每題 4 分，非選擇題配分標於題末。限在答題卷標示題號的作答區內作答。選擇題與「非選擇題作圖部分」使用 2B 鉛筆作答，更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正帶（液）。非選擇題請由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

### 13-15 題為題組

假設商品價格是由消費者的需求曲線與生產者的供給曲線的交點來決定（兩種曲線的函數值相等時，此交點稱為均衡點）。已知市場上某商品的消費者需求曲線函數是  $D(x)=(x-2)^2$ ，生產者的供給曲線函數是  $S(x)=\frac{x^2+1}{2}$ 。（其中  $x$  代表商品數量，單位：千個；商品價格單位：千元；商品數量有效範圍為  $0 \leq x \leq 2$ ）。

13. 關於此供需模型的敘述，下列何者正確？（單選題，4 分）

- (1) 供給曲線  $y=S(x)$  的圖形開口向下
- (2) 需求曲線  $y=D(x)$  在  $0 \leq x \leq 2$  範圍內遞增
- (3) 當  $x=1$  時，供給曲線的切線斜率小於需求曲線的切線斜率
- (4) 均衡價格為 2 千元
- (5) 需求曲線  $y=D(x)$  在均衡點的切線斜率為  $-2$

14. 試求在均衡點時，消費者剩餘與生產者剩餘分別為何？（消費者剩餘即需求曲線  $y=D(x)$  與均衡價格線所圍成的區域面積。生產者剩餘即供給曲線  $y=S(x)$  與均衡價格線所圍成的區域面積，其中剩餘所代表的面積單位為百萬元）（非選擇題，共 8 分）

15. 考慮該商品的獲利模型，其淨收入函數  $P(x)$  定義為總營收扣除行銷成本，並加上政府固定補貼。已知  $P(x)=x \cdot D(x)-0.75x+2$ ，試問當淨收入達最大值時，對應的商品銷售量  $x$ （單位：千個）為多少？（非選擇題，4 分）

## 16-18 題為題組

某人主辦了一個名為「雙偶抽抽樂」的遊戲，並宣稱其為公平遊戲，遊戲規則如下：

(一)在一袋中放有編號 1~9 號球各 1 顆，球的大小、形狀均相同，並假設每顆球抽中的機會均等。

(二)每次遊戲從袋中抽出兩球後記錄編號，並依右圖「看板」位置判定是否得獎。

(三)得獎獎金計算方式：若抽出的兩球號碼皆為偶數，且兩球號碼在看板中的位

置屬於同一行或同一列，則可得到獎金，獎金金額為兩球號碼的總和；否則獎金為 0 元。

(四)結算完所得獎金後，將兩球放回袋中，視為一次遊戲結束。

例：抽到 6 號與 8 號可得  $6+8=14$  元；抽到 4 號與 6 號，因不在看板的同一行或同一列，得 0 元；抽到 4 號與 3 號，因兩數不皆為偶數，得 0 元。

1	2	4
9	5	3
6	7	8
看板		

16. 玩「雙偶抽抽樂」遊戲一次，所得獎金的期望值為多少元？(非選擇題，4 分)

17. 甲生連續玩此遊戲 50 次後，總獎金恰為 12 元。發生此結果的機率為何？(單選題，4 分)

(1)  $\left(\frac{2}{36}\right)^2 \times \left(\frac{34}{36}\right)^{48}$

(2)  $\frac{50}{36} \times \left(\frac{35}{36}\right)^{49}$

(3)  $\frac{50}{36} \times \left(\frac{11}{12}\right)^{49}$

(4)  $\frac{2875}{36^2} \times \left(\frac{33}{36}\right)^{48}$

(5)  $\frac{1225}{36^2} \times \left(\frac{33}{36}\right)^{48}$

版權所有  
翻印必究

18. 承 17. 題，甲生連續玩此遊戲 50 次後，發現自己中獎的次數不超過兩次，因此懷疑遊戲的中獎機率過低(即懷疑遊戲對玩家不利)。若設定顯著水準為 0.05 (機率標準為 0.05)，請將甲生「中獎的次數不超過兩次」作為檢定依據，判斷是否該拒絕「遊戲是公正的」之假設。請說明推論過程。(非選擇題，4 分)

### 參考公式及可能用到的數值

1. 首項為  $a$ ，公差為  $d$  的等差數列前  $n$  項之和為  $S = \frac{n(2a + (n-1)d)}{2}$

首項為  $a$ ，公比為  $r (r \neq 1)$  的等比數列前  $n$  項之和為  $S = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$

2. 級數和： $\sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ ； $\sum_{k=1}^n k^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$

3.  $\triangle ABC$  的正弦定理： $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$  ( $R$  為  $\triangle ABC$  外接圓半徑)

$\triangle ABC$  的餘弦定理： $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$

4. 一維數據  $X: x_1, x_2, \dots, x_n$ ,

算術平均數  $\mu_X = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$ ；標準差  $\sigma_X = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu_X)^2} = \sqrt{\frac{1}{n} \left( \sum_{i=1}^n x_i^2 - n\mu_X^2 \right)}$

5. 二維數據  $(X, Y): (x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$ ,

相關係數  $r_{X,Y} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu_X)(y_i - \mu_Y)}{n\sigma_X\sigma_Y}$

最適直線 (迴歸直線) 方程式  $y - \mu_Y = r_{X,Y} \frac{\sigma_Y}{\sigma_X} (x - \mu_X)$

6. 參考數值： $\sqrt{2} \approx 1.414$ ， $\sqrt{3} \approx 1.732$ ， $\sqrt{5} \approx 2.236$ ， $\sqrt{6} \approx 2.449$ ， $\pi \approx 3.142$ ，

$\left(\frac{11}{12}\right)^{50} \approx 0.013$ ， $\left(\frac{11}{12}\right)^{49} \approx 0.014$ ， $\left(\frac{11}{12}\right)^{48} \approx 0.015$

7. 對數值： $\log 2 \approx 0.3010$ ， $\log 3 \approx 0.4771$ ， $\log 5 \approx 0.6990$ ， $\log 7 \approx 0.8451$

8. 若  $X \sim B(n, p)$  為二項分布，則期望值  $E(X) = np$ ，變異數  $\text{Var}(X) = np(1-p)$