

北北基高級中等學校

114 學年度分科測驗聯合模擬考試

數學乙考科 A 卷

請於考試開始鈴響起，在答題卷簽名欄位以正楷簽全名

—作答注意事項—

考試範圍：第一～二冊、第三～四冊(數學 A、B 均關聯的學習內容)、選修數學乙(上)(極限與函數、微分、積分)

考試時間：80 分鐘

作答方式：

- 選擇(填)題用 2B 鉛筆在「答題卷」上作答；更正時以橡皮擦擦拭，切勿使用修正帶(液)。
- 除題目另有規定外，非選擇題用筆尖較粗之黑色墨水的筆在「答題卷」上作答；更正時，可以使用修正帶(液)。
- 考生須依上述規定劃記或作答，若未依規定而導致答案難以辨識或評閱時，恐將影響成績。
- 答題卷每人一張，不得要求增補。
- 選填題考生必須依各題的格式填答，且每一個列號只能在一個格子劃記。請仔細閱讀下面的例子。

例：若答案格式是 $\frac{(18-1)}{(18-2)}$ ，而依題意計算出來的答案是 $\frac{3}{8}$ ，則考生必須分別在答題卷上的第 18-1

列的 $\frac{3}{8}$ 與第 18-2 列的 $\frac{8}{8}$ 劃記，如：

18-1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
	☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
18-2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

例：若答案格式是 $\frac{(19-1)(19-2)}{50}$ ，而答案是 $\frac{-7}{50}$ 時，則考生必須分別在答題卷的第 19-1 列的 $\frac{-}{50}$ 與

第 19-2 列的 $\frac{7}{50}$ 劃記，如：

19-1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐
19-2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

選擇(填)題計分方式：

- 單選題：每題有 n 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項。各題答對者，得該題的分數；答錯、未作答或劃記多於一個選項者，該題以零分計算。
- 多選題：每題有 n 個選項，其中至少有一個是正確的選項。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得該題全部的分數；答錯 k 個選項者，得該題 $\frac{n-2k}{n}$ 的分數；但得分低於零分或所有選項均未作答者，該題以零分計算。
- 選填題每題有 n 個空格，須全部答對才給分，答錯不倒扣。

※試題中參考的附圖均為示意圖，試題後附有參考公式及數值。

祝考試順利



版權所有 · 翻印必究

第壹部分、選擇（填）題（占 72 分）

一、單選題（占 30 分）

說明：第 1 題至第 6 題，每題 5 分。

- 空間中，有一直線 L 及一平面 E ，已知 L 不垂直於 E ，且 L 與 E 相交於一點 P 。今有一平面 F ，直線 L 落在平面 F 上，且平面 F 與平面 E 互相垂直，且與平面 E 相交於直線 M 。設直線 L 與直線 M 的銳交角為 θ 。試問在平面 E 上會有幾條直線通過 P 點，且與直線 L 垂直？
 - 0 條
 - 1 條
 - 2 條
 - 無限多條
 - 不一定，由 θ 決定會有幾條
- 已知坐標平面上三點 $A(3, \log 3)$ 、 $B(6, \log 6)$ 與 $C(12, y)$ 在同一直線上，則 y 應為下列哪一個選項？
 - $\log 9$
 - $\log 12$
 - $\log 18$
 - $\log 24$
 - $\log 36$

3. 投擲一顆公正的骰子兩次，第一次的點數為 a ，第二次的點數為 b ，若二階矩陣 A 滿足

$$A + 2I = aI + b \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \text{ 其中 } I \text{ 為二階單位矩陣 } \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \text{ 則在矩陣 } A \text{ 有乘法反方陣的條件下，}$$

兩次點數和為偶數的機率為何？

- (1) $\frac{5}{13}$
- (2) $\frac{11}{27}$
- (3) $\frac{13}{31}$
- (4) $\frac{13}{29}$
- (5) $\frac{13}{27}$

4. 若 $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$ ，則 $f'(2)$ 的值為下列何者？

- (1) 0
- (2) 1
- (3) -1
- (4) 2
- (5) -2

5. 若 $f(x) = x|x-2| + |2x|$ ，則 $\int_{-1}^3 f(x)dx$ 的值為下列何者？

- (1) $-\frac{4}{3}$
- (2) $\frac{11}{2}$
- (3) $\frac{14}{3}$
- (4) 8
- (5) $\frac{34}{3}$

6. 試求 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{n}} (\sqrt{1 \times 2 + 2 \times 3 + \dots + n(n+1)} - \sqrt{1^2 + 2^2 + \dots + n^2})$ 的值為下列何者？

(1) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

(2) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(3) $\frac{\sqrt{2}}{4}$

(4) $\frac{\sqrt{3}}{4}$

(5) $\frac{\sqrt{6}}{4}$

二、多選題（占 24 分）

說明：第 7 題至第 9 題，每題 8 分。

7. 設 n 為正整數，下列有關數列與級數的敘述，請選出下列正確的選項。

(1) 若 $\langle a_n \rangle$ 為等差數列，則 $a_1 + a_2 + a_5 + a_6 = 2(a_3 + a_4)$

(2) 若 $\langle a_n \rangle$ 為等比數列，且 $a_1 > 0$ ，則 $a_1 + a_4 \geq a_2 + a_3$

(3) 集合 $A = \{1^2, 2^2, 3^2, \dots, 1000^2\}$ ，集合 $B = \{1^3, 2^3, 3^3, \dots, 100^3\}$ ，則
 $n(A - B) = 900$

(4) 級數 $1^2 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + 5^2 - 6^2 + \dots + 99^2 - 100^2 = -(3 + 5 + 7 + \dots + 199)$

(5) 對所有正整數 n ， $1^2 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + 5^2 - 6^2 + \dots + (2n-1)^2 - (2n)^2 + (2n+1)^2$ 的值恆為正數

8. 下列有關三次函數 $y = (x-1)^3 + x$ 的敘述，請選出下列正確的選項。

(1) 三次函數 $y = (x-1)^3 + x$ 的圖形通過 $(1, 1)$ ，且 $(1, 1)$ 為其圖形的對稱中心

(2) 三次函數 $y = (x-1)^3 + x$ 的圖形只和 x 軸相交於一點

(3) 三次函數 $y = (x-1)^3 + x$ 的圖形和 $x^2 + y^2 - 10x + 10y + 25 = 0$ 的圖形相交於兩點

(4) $y = x^2 + 4$ 的圖形恆在 $y = (x-1)^3 + x$ 的圖形的上方

(5) $y = x^3 + 4$ 的圖形恆在 $y = (x-1)^3 + x$ 的圖形的上方

9. 設 $x > 0$ ，試求 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x^n - 3x}{2x^n - 4x}$ 的值可能為下列哪些選項？

- (1) 0
- (2) $-\frac{3}{4}$
- (3) 1
- (4) $\frac{1}{2}$
- (5) 不存在

三、選填題（占 18 分）

說明：第 10 題至第 12 題，每題 6 分。

10. 小可從一坐標平面上的原點 $O(0, 0)$ 出發，直線前進 5 單位的距離到達 $A(3, 4)$ 的位置，向右轉 90 度之後繼續直線前進 10 單位的距離到達 B 點的位置，之後又向右轉 90 度繼續直線前進 15 單位的距離到達 C 點的位置，這時他想回到原點 $O(0, 0)$ 的位置，必須向右轉一個

角度 θ ，才能面對原點 $O(0, 0)$ 的方向，則此時 $\cos \theta$ 的值應該為

$$\frac{\sqrt{(10-1)(10-2)}}{(10-3)}$$

(化為最簡根式)

11. 有一組二維數據 $(x, y) : (x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_{10}, y_{10})$ ，已知 $x = x_1, x_2, \dots, x_{10}$ 的算術平均數為 80，標準差為 6； $y = y_1, y_2, \dots, y_{10}$ 的算術平均數為 20，標準差為 2。今

已求得其 y 對 x 的最適直線方程式為 $y - 20 = \frac{2}{9}(x - 80)$ 。若將其數值前後順序互換，可得

到另一組二維數據 $(x', y') : (y_1, x_1), (y_2, x_2), \dots, (y_{10}, x_{10})$ ，則其 y' 對 x' 的最適直線

方程式為 $y' = \frac{(11-1)}{(11-2)}x' + \frac{(11-3)}{(11-2)}$ 。

12. 已知 $F(x)$ 為函數 $f(x) = 3x^2 + 4x - 1$ 的一個反導函數且 $F(1) = 0$ ，則 $F(2) = \underline{\textcircled{12-1}} \textcircled{12-2}$ 。

第貳部分、混合題或非選擇題（占 28 分）

說明：本部分共有 2 題組，單選題每題 3 分，多選題每題 5 分，非選擇題配分標於題末。限在答題卷標示題號的作答區內作答。選擇題與「非選擇題作圖部分」使用 2B 鉛筆作答，更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正帶（液）。非選擇題請由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

13-15 題為題組

好好吃伴手禮店販賣物品如下（以下貨源都充足）：鳳梨酥一盒 50 元，太陽餅一盒 50 元，豆干一包 50 元，小魚乾醬一罐 100 元，蝦醬一罐 100 元。小安拿 200 元給老闆，請老闆隨意幫他湊足 200 元的物品，相同或不同的物品都可以湊在一起，試回答下列問題。

13. 設 50 元的買了 x 個 ($x \geq 0$)，100 元的買了 y 個 ($y \geq 0$)，則數對 (x, y) 的非負整數解有幾種？（單選題，3 分）

- (1) 3 種
- (2) 4 種
- (3) 5 種
- (4) 6 種
- (5) 8 種

14. 請問老闆隨意幫他湊足 200 元物品的情況下，共有幾種搭配的組合方式？將你的討論過程寫下來。（非選擇題，7 分）

15. 承 14. 題，若以上每一種搭配的組合方式，被老闆隨機湊足 200 元的機會都是均等的，那老闆拿給小安的所有物品皆為不同的機率為何？（非選擇題，4 分）

16-18 題為題組

已知坐標平面上有三次多項式函數 $f(x) = x^3 - 3x + 2$ ，試回答下列問題。

16. 下列有關函數 $f(x)$ 的敘述，哪些是正確的？(多選題，5 分)

(1) 令 n 為正整數， $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f(n)}{f(n+1)} = 1$

(2) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{f(x+1)} = 1$

(3) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} < 1$

(4) 當 $-1 < x < 0$ 時， $f(x)$ 為嚴格遞增函數；當 $0 < x < 1$ 時， $f(x)$ 為嚴格遞減函數

(5) 當 $-1 < x < 0$ 時， $f(x)$ 函數圖形凹口向上；當 $0 < x < 1$ 時， $f(x)$ 函數圖形凹口向下

17. 試求函數 $f(x)$ 圖形的反曲點及以反曲點為切點的直線方程式。(非選擇題，4 分)

18. 試利用一次微分、二次微分的特性，畫出函數 $f(x)$ 的圖形。(非選擇題，5 分)

版權所有
翻印必究

參考公式及可能用到的數值

1. 首項為 a ，公差為 d 的等差數列前 n 項之和為 $S = \frac{n(2a + (n-1)d)}{2}$

首項為 a ，公比為 r ($r \neq 1$) 的等比數列前 n 項之和為 $S = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$

2. 級數和： $\sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ ； $\sum_{k=1}^n k^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$

3. $\triangle ABC$ 的正弦定理： $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$ (R 為 $\triangle ABC$ 外接圓半徑)

$\triangle ABC$ 的餘弦定理： $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$

4. 一維數據 $X: x_1, x_2, \dots, x_n$,

算術平均數 $\mu_X = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$ ；標準差 $\sigma_X = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu_X)^2} = \sqrt{\frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n x_i^2 \right) - n\mu_X^2}$

5. 二維數據 $(X, Y): (x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$,

相關係數 $r_{X,Y} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu_X)(y_i - \mu_Y)}{n\sigma_X\sigma_Y} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu_X)(y_i - \mu_Y)}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu_X)^2} \sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i - \mu_Y)^2}}$

最適直線 (迴歸直線) 方程式 $y - \mu_Y = r_{X,Y} \frac{\sigma_Y}{\sigma_X} (x - \mu_X)$

6. $\vec{AB}$ 在 $\vec{AC}$ 上的正射影為 $\frac{\vec{AB} \cdot \vec{AC}}{|\vec{AC}|^2} \cdot \vec{AC}$

7. 在 A 事件發生的情況下， B 事件發生的條件機率為 $P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$

8. 參考數值： $\sqrt{2} \approx 1.414$ ， $\sqrt{3} \approx 1.732$ ， $\sqrt{5} \approx 2.236$ ， $\sqrt{6} \approx 2.449$ ， $\pi \approx 3.142$

9. 對數值： $\log 2 \approx 0.3010$ ， $\log 3 \approx 0.4771$ ， $\log 5 \approx 0.6990$ ， $\log 7 \approx 0.8451$