

北北基高級中等學校

114 學年度分科測驗聯合模擬考試

數學乙考科 B 卷

請於考試開始鈴響起，在答題卷簽名欄位以正楷簽全名

—作答注意事項—
 考試範圍：第一～二冊、第三～四冊(數學 A、B 均關聯的學習內容)、選修數學乙(下)(分布與統計、複數平面、線性規劃)
 考試時間：80 分鐘
 作答方式：

- 選擇(填)題用 2B 鉛筆在「答題卷」上作答；更正時以橡皮擦擦拭，切勿使用修正帶(液)。
- 除題目另有規定外，非選擇題用筆尖較粗之黑色墨水的筆在「答題卷」上作答；更正時，可以使用修正帶(液)。
- 考生須依上述規定劃記或作答，若未依規定而導致答案難以辨識或評閱時，恐將影響成績。
- 答題卷每人一張，不得要求增補。
- 選填題考生必須依各題的格式填答，且每一個列號只能在一個格子劃記。請仔細閱讀下面的例子。

例：若答案格式是 $\frac{\textcircled{18-1}}{\textcircled{18-2}}$ ，而依題意計算出來的答案是 $\frac{3}{8}$ ，則考生必須分別在答題卷上的第 18-1 列的 $\frac{3}{\square}$ 與第 18-2 列的 $\frac{\square}{8}$ 劃記，如：

18-1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
	☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
18-2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

例：若答案格式是 $\frac{\textcircled{19-1}}{50} \frac{\textcircled{19-2}}{\square}$ ，而答案是 $\frac{-7}{50}$ 時，則考生必須分別在答題卷的第 19-1 列的 $\frac{\square}{50}$ 與第 19-2 列的 $\frac{7}{\square}$ 劃記，如：

19-1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐
19-2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

- 選擇(填)題計分方式：
- 單選題：每題有 n 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項。各題答對者，得該題的分數；答錯、未作答或劃記多於一個選項者，該題以零分計算。
 - 多選題：每題有 n 個選項，其中至少有一個是正確的選項。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得該題全部的分數；答錯 k 個選項者，得該題 $\frac{n-2k}{n}$ 的分數；但得分低於零分或所有選項均未作答者，該題以零分計算。
 - 選填題每題有 n 個空格，須全部答對才給分，答錯不倒扣。
- ※試題中參考的附圖均為示意圖，試題後附有參考公式及數值。

祝考試順利



版權所有 · 翻印必究

第壹部分、選擇（填）題（占 72 分）

一、單選題（占 30 分）

說明：第 1 題至第 6 題，每題 5 分。

- 空間中，有一直線 L 及一平面 E ，已知 L 不垂直於 E ，且 L 與 E 相交於一點 P 。今有一平面 F ，直線 L 落在平面 F 上，且平面 F 與平面 E 互相垂直，且與平面 E 相交於直線 M 。設直線 L 與直線 M 的銳交角為 θ 。試問在平面 E 上會有幾條直線通過 P 點，且與直線 L 垂直？
 - 0 條
 - 1 條
 - 2 條
 - 無限多條
 - 不一定，由 θ 決定會有幾條
- 已知坐標平面上三點 $A(3, \log 3)$ 、 $B(6, \log 6)$ 與 $C(12, y)$ 在同一直線上，則 y 應為下列哪一個選項？
 - $\log 9$
 - $\log 12$
 - $\log 18$
 - $\log 24$
 - $\log 36$

3. 投擲一顆公正的骰子兩次，第一次的點數為 a ，第二次的點數為 b ，若二階矩陣 A 滿足

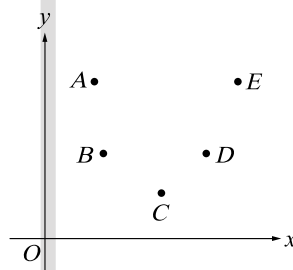
$$A + 2I = aI + b \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \text{ 其中 } I \text{ 為二階單位矩陣 } \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \text{ 則在矩陣 } A \text{ 有乘法反方陣的條件下,}$$

兩次點數和為偶數的機率為何？

- (1) $\frac{5}{13}$
- (2) $\frac{11}{27}$
- (3) $\frac{13}{31}$
- (4) $\frac{13}{29}$
- (5) $\frac{13}{27}$

4. 右圖中 A 、 B 、 C 、 D 、 E 為坐標平面上的五個點。 A 、 E 兩點高度相同 (y 坐標相同)， B 、 D 兩點高度相同 (y 坐標相同)，如果將這五個點的坐標 (x, y) 分別代入 $ax + 2y$ ，若 A 點是唯一代入所得的值最大的點，那麼 a 可能為下列哪個值？

- (1) -1
- (2) 0
- (3) 1
- (4) 2
- (5) 3



5. 坐標平面上有一 $\triangle ABC$ ，其中 $A(-1, 1)$ ， $B(3, k)$ ， $C(k, 3)$ 。若已知 $\triangle ABC$ 的面積為 $\frac{7}{2}$ ，點 (x, y) 在 $\triangle ABC$ 的內部及邊界 (含頂點) 所形成的可行解區域中，則 $x + y$ 的最大值為下列何者？

- (1) $\frac{7}{2}$
- (2) $3 + \sqrt{2}$
- (3) 5
- (4) 6
- (5) 7

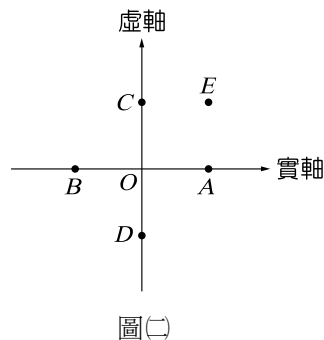
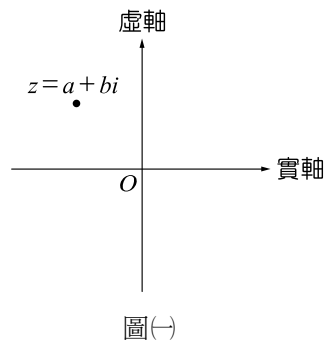
6. 一袋中有 1 枚金幣，2 枚銀幣，3 枚銅幣，每枚錢幣被取中之機會均等。1 枚金幣等同 3 枚銅幣的價值，1 枚銀幣等同 2 枚銅幣的價值。今從袋中任取 1 枚錢幣， X 表取出錢幣價值的隨機變數，若已知 X 的期望值為 10 萬元，試問 X 的標準差為多少萬元？
- (1) $\sqrt{2}$ 萬元
 - (2) $\sqrt{5}$ 萬元
 - (3) $\sqrt{10}$ 萬元
 - (4) $2\sqrt{5}$ 萬元
 - (5) $5\sqrt{2}$ 萬元

二、多選題（占 24 分）

說明：第 7 題至第 9 題，每題 8 分。

7. 設 n 為正整數，下列有關數列與級數的敘述，請選出下列正確的選項。
- (1) 若 $\langle a_n \rangle$ 為等差數列，則 $a_1 + a_2 + a_5 + a_6 = 2(a_3 + a_4)$
 - (2) 若 $\langle a_n \rangle$ 為等比數列，且 $a_1 > 0$ ，則 $a_1 + a_4 \geq a_2 + a_3$
 - (3) 集合 $A = \{1^2, 2^2, 3^2, \dots, 1000^2\}$ ，集合 $B = \{1^3, 2^3, 3^3, \dots, 100^3\}$ ，則 $n(A - B) = 900$
 - (4) 級數 $1^2 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + 5^2 - 6^2 + \dots + 99^2 - 100^2 = -(3 + 5 + 7 + \dots + 199)$
 - (5) 對所有正整數 n ， $1^2 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + 5^2 - 6^2 + \dots + (2n-1)^2 - (2n)^2 + (2n+1)^2$ 的值恆為正數
8. 下列有關三次函數 $y = (x-1)^3 + x$ 的敘述，請選出下列正確的選項。
- (1) 三次函數 $y = (x-1)^3 + x$ 的圖形通過 $(1, 1)$ ，且 $(1, 1)$ 為其圖形的對稱中心
 - (2) 三次函數 $y = (x-1)^3 + x$ 的圖形只和 x 軸相交於一點
 - (3) 三次函數 $y = (x-1)^3 + x$ 的圖形和 $x^2 + y^2 - 10x + 10y + 25 = 0$ 的圖形相交於兩點
 - (4) $y = x^2 + 4$ 的圖形恆在 $y = (x-1)^3 + x$ 的圖形的上方
 - (5) $y = x^3 + 4$ 的圖形恆在 $y = (x-1)^3 + x$ 的圖形的上方

9. 設 $i = \sqrt{-1}$ 。已知 $z = a + bi$ (a, b 為實數)，其中 $a < 0, b > 0$ ，在複數平面上所代表的點位置如圖(一)所示，則圖(二)中下列哪些可能為複數 $(z-1) \cdot (\bar{z}-1)$ 所代表的點位置？



- (1) A
(2) B
(3) C
(4) D
(5) E

三、選填題（占 18 分）

說明：第 10 題至第 12 題，每題 6 分。

10. 小可從一坐標平面上的原點 $O(0, 0)$ 出發，直線前進 5 單位的距離到達 $A(3, 4)$ 的位置，向右轉 90° 之後繼續直線前進 10 單位的距離到達 B 點的位置，之後又向右轉 90° 繼續直線前進 15 單位的距離到達 C 點的位置，這時他想回到原點 $O(0, 0)$ 的位置，必須向右轉一個

角度 θ ，才能面對原點 $O(0, 0)$ 的方向，則此時 $\cos \theta$ 的值應該為 $\frac{\sqrt{(10-1)(10-2)}}{(10-3)}$ 。

(化為最簡根式)

11. 有一組二維數據 $(x, y) : (x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_{10}, y_{10})$ ，已知 $x = x_1, x_2, \dots, x_{10}$ 的算術平均數為 80，標準差為 6； $y = y_1, y_2, \dots, y_{10}$ 的算術平均數為 20，標準差為 2。今已求得其 y 對 x 的最適直線方程式為 $y - 20 = \frac{2}{9}(x - 80)$ 。若將其數值前後順序互換，可得到另一組二維數據 $(x', y') : (y_1, x_1), (y_2, x_2), \dots, (y_{10}, x_{10})$ ，則其 y' 對 x' 的最適直線方程式為 $y' = \frac{(11-1)}{(11-2)}x' + \frac{(11-3)}{(11-2)}$ 。

12. 賽鴿比賽由鴿會聯合舉辦，比賽方式如下：參賽者將賽鴿交給鴿會，鴿會利用貨船將數千至數萬隻的參賽鴿子運輸到海上起飛點。在海上放出鴿子後，鴿子必須在規定時間內飛回鴿舍，根據鴿子飛回鴿舍的快慢順序進行排名。比賽以季為單位，每季通常包含兩場資格賽和五場正式賽，整個賽季為期五至六週。從資格賽到正式賽，每一關的比賽距離逐漸增加，從 150 公里到 350 公里不等，鴿子必須逐關晉級才能獲得獎項。

今年春季賽在過了兩場資格賽後出現了擄鴿犯罪集團，在飛行路線上沿路設了 5 道關卡捕捉賽鴿，向參賽者勒索贖金。今假設一隻賽鴿被捕獲的次數在 2 次以下 (含 2 次)，它都還有體力可以努力掙脫而成功返航，被捕獲 3 次則體力耗盡而無法掙脫。若每道關卡賽鴿被

捕獲的機率皆為 $\frac{2}{3}$ ，且每個關卡互相獨立，則一隻賽鴿每次比賽可以成功返航的機率為

$$\frac{\frac{\textcircled{12-1}}{\textcircled{12-3}} \cdot \frac{\textcircled{12-2}}{\textcircled{12-4}}}{1} \quad \circ \text{ (化為最簡分數)}$$

第貳部分、混合題或非選擇題 (占 28 分)

說明：本部分共有 2 題組，第 13 題單選題 3 分，第 16 題單選題 4 分，非選擇題配分標於題末。限在答題卷標示題號的作答區內作答。選擇題與「非選擇題作圖部分」使用 2B 鉛筆作答，更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正帶 (液)。非選擇題請由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

13-15 題為題組

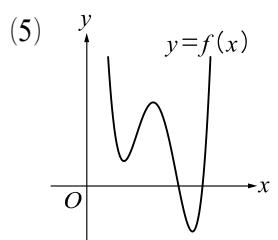
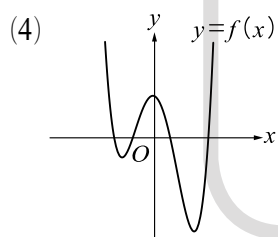
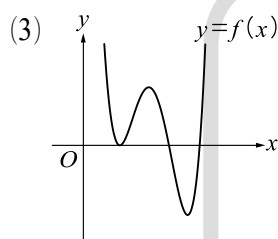
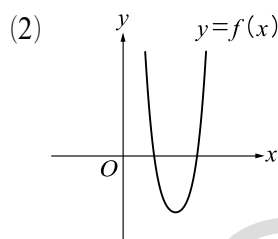
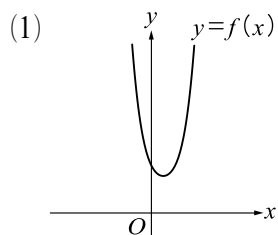
好好吃伴手禮店販賣物品如下 (以下貨源都充足)：鳳梨酥一盒 50 元，太陽餅一盒 50 元，豆干一包 50 元，小魚乾醬一罐 100 元，蝦醬一罐 100 元。小安拿 200 元給老闆，請老闆隨意幫他湊足 200 元的物品，相同或不同的物品都可以湊在一起，試回答下列問題。

13. 設 50 元的買了 x 個 ($x \geq 0$)，100 元的買了 y 個 ($y \geq 0$)，則數對 (x, y) 的非負整數解有幾種？
(單選題，3 分)
- (1) 3 種
 - (2) 4 種
 - (3) 5 種
 - (4) 6 種
 - (5) 8 種
14. 請問老闆隨意幫他湊足 200 元物品的情況下，共有幾種搭配的組合方式？將你的討論過程寫下來。(非選擇題，7 分)
15. 承 14. 題，若以上每一種搭配的組合方式，被老闆隨機湊足 200 元的機會都是均等的，那老闆拿給小安的所有物品皆為不同的機率為何？(非選擇題，4 分)

16-18 題為題組

已知 $i = \sqrt{-1}$ ，若 $f(x)$ 為實係數四次多項式，最高次項係數 (首項係數) 為 1， $f(i) = 0$ 且 $f(1-i) = 0$ ，試回答下列問題。

16. 下列哪一個選項最接近 $y = f(x)$ 的圖形？(單選題，4 分)



17. 承 16. 題，試求 $f(x)$ 。(非選擇題，6 分)

18. 承 17. 題，試求 $f(2+i)$ 的值。(非選擇題，4 分)

參考公式及可能用到的數值

1. 首項為 a ，公差為 d 的等差數列前 n 項之和為 $S = \frac{n(2a + (n-1)d)}{2}$

首項為 a ，公比為 r ($r \neq 1$) 的等比數列前 n 項之和為 $S = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$

2. 級數和： $\sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ ； $\sum_{k=1}^n k^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$

3. $\triangle ABC$ 的正弦定理： $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$ (R 為 $\triangle ABC$ 外接圓半徑)

$\triangle ABC$ 的餘弦定理： $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$

4. 一維數據 $X: x_1, x_2, \dots, x_n$,

算術平均數 $\mu_X = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$ ；標準差 $\sigma_X = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu_X)^2} = \sqrt{\frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n x_i^2 \right) - n\mu_X^2}$

5. 二維數據 $(X, Y): (x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$,

相關係數 $r_{X,Y} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu_X)(y_i - \mu_Y)}{n\sigma_X\sigma_Y} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu_X)(y_i - \mu_Y)}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu_X)^2} \sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i - \mu_Y)^2}}$

最適直線 (迴歸直線) 方程式 $y - \mu_Y = r_{X,Y} \frac{\sigma_Y}{\sigma_X} (x - \mu_X)$

6. $\vec{AB}$ 在 $\vec{AC}$ 上的正射影為 $\frac{\vec{AB} \cdot \vec{AC}}{|\vec{AC}|^2} \cdot \vec{AC}$

7. 在 A 事件發生的情況下， B 事件發生的條件機率為 $P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$

8. 參考數值： $\sqrt{2} \approx 1.414$ ， $\sqrt{3} \approx 1.732$ ， $\sqrt{5} \approx 2.236$ ， $\sqrt{6} \approx 2.449$ ， $\pi \approx 3.142$

9. 對數值： $\log 2 \approx 0.3010$ ， $\log 3 \approx 0.4771$ ， $\log 5 \approx 0.6990$ ， $\log 7 \approx 0.8451$