

國立彰化高級中學 114 學年度科學班甄選科學能力檢定

【數學科】 試題卷

■ 答案需化成最簡型式、分數需化為最簡分數、填充題全對給分。

1-10 題每題 6 分，11-15 題每題 8 分。

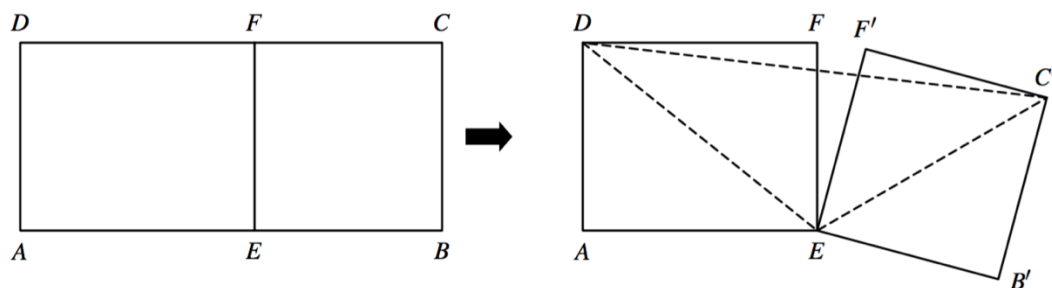
1. 因式分解 $x^4 - 114x^2 + 115x - 114$ 為_____。
2. 實數 a, b, c 滿足 $a^2 + b^2 + c^2 - 2a + 4b + 16c + 69 \leq 0$ ，則 $113a - 3b + c =$ _____。
3. 設 x 為實數，則 $x^2 + \frac{3}{x^2+1}$ 的最小值為_____。
4. 隨機將一條線切為兩段，「較長的一段至少是較短的一段的 4 倍」的機率為_____。
5. 已知實數 x 滿足方程式 $3\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) - 5\left(x + \frac{1}{x}\right) = 2$ ，則 $x =$ _____。
6. $\sqrt{2025^2 + 25^2 + 2025 \times 25}$ 最接近哪一個正整數？
7. 座標平面上， $y = 6x^2 + 13x - 110$ 的圖形與 x 軸、 y 軸共有三個交點，則過此三點的圓與 y 軸的另一個交點為_____。
8. 數列 $\{a_n\}$ 是首項及公比皆為 2 的等比數列，若 a_M 是數列中第一個為「七位數」的數，則 $M =$ _____。
9. 在「1、4、7、10、13、16、19、22、25、28」這 10 個數中任取相異三數相加，(若數字重

複只留一個，例如 $1 + 10 + 19 = 7 + 10 + 13 = 30$ ，只保留一個 30)，再將所得的數字由小到大排列，形成一個新的數列，則新數列所有項之總和為_____。

10. $f(x) = (x+1)(x^3+1)(x^9+1)(x^{27}+1)(x^{81}+1)$ ，其展開式依升幂排列為 $1 + x^{a_1} + x^{a_2} + \cdots + x^{a_{31}}$ ，其中 $a_1, a_2, \cdots, a_{31}$ 皆為正整數，則 $a_1 + a_2 + \cdots + a_{31} =$ _____。

11. 已知 a, b, c, d 為正數，且 $a > b, c > d$ ，若 $a + b = c + d$ 且 $ab > cd$ ，試比較 a, b, c, d 的大小。_____。

12. 在長方形 $ABCD$ 中， $\overline{AB} = 9, \overline{AD} = 4$ ，且 E, F 分別位於 $\overline{AB}$ 與 $\overline{CD}$ 上，其中四邊形 $BCFE$ 為正方形。若將正方形 $BCFE$ 以 E 點為中心順時針旋轉 15° 後得到正方形 $B'C'F'E$ ，如下圖所示，則 $\triangle DEC'$ 的面積為_____。



13. 正三角形 ABC ，已知 D, E 分別為線段 $\overline{AB}, \overline{BC}$ 上的點，且 $\frac{\overline{AD}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{BE}}{\overline{BC}} = \frac{1}{3}$ ， $\overline{AE}$ 交 $\overline{CD}$ 於 F 點，則 $\angle AFC =$ _____。

14. 有七筆數據：0、2、2、3、4、 x 、 x ，其平均數為 a 、中位數為 b ，若 $a \geq b$ ，則 x 的範圍為_____。

15. 已知實數 x, y, z 滿足 $\frac{1}{x} + \frac{1}{y+z} = \frac{1}{2}$ ， $\frac{1}{y} + \frac{1}{z+x} = \frac{1}{4}$ ， $\frac{1}{z} + \frac{1}{x+y} = \frac{1}{5}$ ，則 $7x + 3y + 2z =$ _____。