

北北基高級中等學校

114 學年度學科能力測驗聯合模擬考試

數學 A 考科

請於考試開始鈴響起，在答題卷簽名欄位以正楷簽全名

—作答注意事項—

考試範圍：第一～二冊、數學 A 第三～四冊

考試時間：100 分鐘

作答方式：

- 選擇（填）題用 2B 鉛筆在「答題卷」上作答；更正時以橡皮擦擦拭，切勿使用修正帶（液）。
- 除題目另有規定外，非選擇題用筆尖較粗之黑色墨水的筆在「答題卷」上作答；更正時，可以使用修正帶（液）。
- 考生須依上述規定劃記或作答，若未依規定而導致答案難以辨識或評閱時，恐將影響成績。
- 答題卷每人一張，不得要求增補。
- 選填題考生必須依各題的格式填答，且每一個列號只能在一個格子劃記。請仔細閱讀下面的例子。

例：若答案格式是 $\frac{(18-1)}{(18-2)}$ ，而依題意計算出來的答案是 $\frac{3}{8}$ ，則考生必須分別在答題卷上的第 18-1

列的 $\frac{3}{8}$ 與第 18-2 列的 $\frac{8}{8}$ 劃記，如：

18-1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
18-2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±

例：若答案格式是 $\frac{(19-1)(19-2)}{50}$ ，而答案是 $\frac{-7}{50}$ 時，則考生必須分別在答題卷的第 19-1 列的 $\frac{-}{50}$ 與

第 19-2 列的 $\frac{7}{50}$ 劃記，如：

19-1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
19-2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±

選擇(填)題計分方式：

- 單選題：每題有 n 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項。各題答對者，得該題的分數；答錯、未作答或劃記多於一個選項者，該題以零分計算。
- 多選題：每題有 n 個選項，其中至少有一個是正確的選項。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得該題全部的分數；答錯 k 個選項者，得該題 $\frac{n-2k}{n}$ 的分數；但得分低於零分或所有選項均未作答者，該題以零分計算。
- 選填題每題有 n 個空格，須全部答對才給分，答錯不倒扣。

※試題中參考的附圖均為示意圖，試題後附有參考公式及數值。

祝考試順利



99362403-34

版權所有．翻印必究

第壹部分、選擇（填）題（占 85 分）

一、單選題（占 30 分）

說明：第 1 題至第 6 題，每題 5 分。

1. 已知空間中平面 E 的方程式為 $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ x & y & z \end{vmatrix} = 10$ ，若平面 F 過原點且與平面 E 平行，試問兩

平面 E 與 F 的距離為何？

- (1) $\frac{5\sqrt{2}}{3}$ (2) $\frac{10\sqrt{2}}{3}$ (3) $\frac{5}{3}$
(4) 5 (5) 10

2. AI 科技可透過臉部表情協助識別照片中人類的情緒，已知照片中人類的情緒只有快樂與不快樂兩種，若照片中的人是快樂的，則 AI 科技可正確識別的機率是 0.7；若照片中的人是不快樂的，則 AI 科技可正確識別的機率是 0.8。今有一批照片被識別為快樂的比例是 0.5，則被識別為快樂的照片中，人類的情緒確實為快樂的比例最接近下列何者？

- (1) 0.55 (2) 0.65 (3) 0.75
(4) 0.85 (5) 0.95

3. 已知 $P(x, y)$ 為平面上一點，若將 P 點經線性變換得 $Q(x+y, 3x+4y)$ ，再將 Q 點以直線 $x=0$ 作鏡射得 R 點。若矩陣 M 所代表的線性變換能將 R 點變換到 P 點，則 M 為下列哪個選項？

- (1) $\begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ (2) $\begin{bmatrix} -4 & -1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$ (3) $\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -3 & 4 \end{bmatrix}$
(4) $\begin{bmatrix} -4 & 1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$ (5) $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -3 & -4 \end{bmatrix}$

4. 2025^{2025} 乘開後的末四位數字和為下列哪個選項？
- (1) 7
 - (2) 13
 - (3) 15
 - (4) 18
 - (5) 20
5. 某班園遊會推出「擲骰子，換現金」的遊戲。遊戲規則為：玩家擲一顆公正的骰子 3 次為一回合，若擲出的骰子點數相異且點數「越來越大」，則可以得到最大點數的 720 倍作為獎金，其他情況下則無獎金。試問玩家每玩一回合，所獲得獎金的期望值為多少元？
- (1) 200 元
 - (2) 240 元
 - (3) 300 元
 - (4) 350 元
 - (5) 380 元
6. 坐標空間中有三個相同始點的向量 $\vec{u}$ ， $\vec{v}$ ， $\vec{w}$ ，其中 $\vec{w}$ 分別與 $\vec{u}$ 、 $\vec{v}$ 垂直。已知 $\vec{w} + \vec{u} = (4, 3, 2)$ ， $\vec{w} + \vec{v} = (3, 2, 5)$ ， $\vec{w} + \vec{u}$ 在 $\vec{w}$ 上的正射影長為 $2\sqrt{6}$ ，試問由 $\vec{u}$ ， $\vec{v}$ ， $\vec{w}$ 所決定的平行六面體體積為何？
- (1) 12
 - (2) 24
 - (3) 36
 - (4) 48
 - (5) 60

二、多選題（占 30 分）

說明：第 7 題至第 12 題，每題 5 分。

7. 將三次函數 $f(x) = (x+7)(x+3)(x-1)$ 整理成 $f(x) = a(x-h)^3 + p(x-h) + k$ 的型式，並觀察 $y=f(x)$ 的圖形。試選出正確的選項。

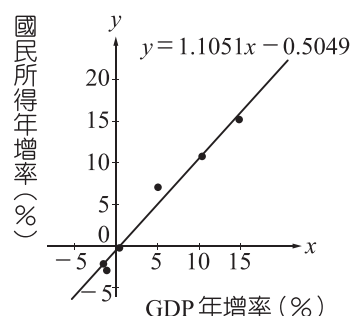
- (1) $ap > 0$
- (2) $y=f(x)$ 圖形的對稱中心在 x 軸上
- (3) 直線 $x = -3$ 是 $y=f(x)$ 圖形的對稱軸
- (4) $f(x)$ 除以 $(x+3)^2$ 的餘式為 $-16x-48$
- (5) $y=f(x)$ 的圖形與直線 $y = -21$ 有 3 個交點

8. 根據某國行政院主計總處 108~113 年的資料，下表為國內生產毛額 GDP 和國民所得的列表。

統計期	國內生產毛額 GDP (名目值，百萬美元)	GDP 年增率 (x) (%)	國民所得 (名目值，百萬美元)	國民所得年增率 (y) (%)
108 年	613,453	0.44	529,151	-0.20
109 年	676,935	10.35	586,138	10.77
110 年	777,062	14.79	675,148	15.19
111 年	765,529	-1.48	660,928	-2.11
112 年	757,276	-1.08	641,737	-2.90
113 年	795,573	5.06	687,103	7.07

$$\left[\text{該年 GDP 年增率} = \frac{(\text{該年 GDP} - \text{前一年 GDP})}{\text{前一年 GDP}} \times 100\% \right]$$

以國內生產毛額 GDP 的年增率為 x 軸，國民所得的年增率為 y 軸，其散布圖、 y 對 x 的最適直線及其方程式如右圖所示。試選出正確的選項。



- (1) 假設 114 年 GDP 為 805,573 (百萬美元)，則 114 年的 GDP 年增率小於 1.5 %
- (2) 國內生產毛額年增率與國民所得年增率的相關係數為 1.1051
- (3) 由最適直線可推測，若 GDP 年增率每增加 1 %，則國民所得年增率約增加 1.1051 %
- (4) 我們由最適直線可以確定，GDP 為影響國民所得的主要原因
- (5) 利用最適直線預測，若 115 年 GDP 年增率為 20 %，則該年國民所得年增率預測約為 21.5971 %

9. 設 $a > 0$, $b > 0$, 試選出正確的選項。

- (1) $3^a \geq 2^a$
- (2) $\log_2 a \geq \log_3 a$
- (3) $\frac{\log a + \log b}{2} \geq \log \frac{a+b}{2}$
- (4) $\frac{\log a + \log b}{2} \geq \sqrt{(\log a)(\log b)}$
- (5) $3^{\log 2} + 3^{\log 5} \geq 2\sqrt{3}$

10. 坐標平面上有一圓 $C: (x-1)^2 + y^2 = 16$, 圓心為 M 點, 直線 $L: 4x + 3y + 1 = 0$ 與圓 C 交於 A, B 兩點。試選出正確的選項。

- (1) $\overline{AB} = 2\sqrt{15}$
- (2) $\cos \angle AMB = -\frac{7}{8}$
- (3) 圓 C 上到直線 L 距離為 3 的點, 共有 4 個
- (4) 圓 C 上到直線 L 距離為整數的點, 共有 16 個
- (5) 若 $P(x, y)$ 為圓 C 上一點, 則 $(x+2)^2 + (y-4)^2$ 之最大值為 9

11. 設函數 $f(x) = \sin \pi x + \cos \pi x$, 以 Γ 表示函數 $f(x)$ 在 $0 \leq x \leq 2$ 的圖形, $L: y = k$ 為一水平直線。試選出正確的選項。

- (1) 函數 $f(x)$ 的週期為 2
- (2) 若 L 與 Γ 相交, 則 k 的最大值為 1
- (3) 若 L 與 Γ 恰有三個交點, 則 $k = -1$
- (4) 若 L 與 Γ 恰有三個交點, 令三個交點的 x 坐標分別為 α_1 、 α_2 及 α_3 , 則 $\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 > 3$
- (5) 已知當 $a < x < b$ 時, Γ 的圖形均在 x 軸下方, 則 b 的最大值為 $\frac{7}{4}$

12. $E_1: x-y-z=3$ 、 $E_2: x+y-z=5$ 、 $E_3: x-y+tz=1$ 為空間中的相異三平面。令 E_1 與 E_2 相交的直線為 L_1 ； E_2 與 E_3 相交的直線為 L_2 ； E_3 與 E_1 相交的直線為 L_3 。已知 E_1 、 E_2 、 E_3 中任兩平面所夾銳角的餘弦值皆相同，且三平面交於一點 $P(a, b, c)$ ，其中 a, b, c 為整數。試選出正確的選項。

- (1) 平面 E_1 與 E_2 所夾銳角的餘弦值為 $\frac{1}{2}$
 (2) $\vec{v}_1 = (1, 0, 1)$ 為直線 L_1 的一個方向向量
 (3) $t=5$
 (4) $b=1$
 (5) L_1 與 L_2 的銳夾角為 30°

三、選填題（占 25 分）

說明：第 13 題至第 17 題，每題 5 分。

13. 已知等比數列 $\langle a_n \rangle$ 的公比為 2，且前 114 項和為 12，若 $b_k = a_k + 2a_{k+1}$ ，其中 k 為正整數。試求數列 $\langle b_n \rangle$ 的前 114 項的和為 $\frac{(13-1)(13-2)}{(14-3)}$ 。

14. 滿足不等式 $|x-1| \leq |x-6| \leq 2|x+1|$ 的所有正實數 x ，其在數線上的區間長度為

$\frac{(14-1)(14-2)}{(14-3)}$ 。(化為最簡分數)

15. 有一個圓心在原點 O 的圓形軌道， $A_0(3, -2)$ 為軌道上一點。有一質點 P 自點 A_0 開始，以等速率在軌道上逆時針滑行，經一秒後首次到達 $A_1(\sqrt{13}, 0)$ 。試問質點 P 自點 A_0 開始，四

秒後到達的點 A_4 之坐標為 $\left(\frac{(15-1)(15-2)}{13}, \frac{(15-3)(15-4)}{13} \right)$ 。(化為最簡分數)

16. 已知四邊形 $ABCD$ ，對角線 $\overline{AC}$ 與對角線 $\overline{BD}$ 交於 E 點，若向量 $\vec{AC} = \frac{3}{2} \vec{AB} + \frac{5}{2} \vec{AD}$ ，且向

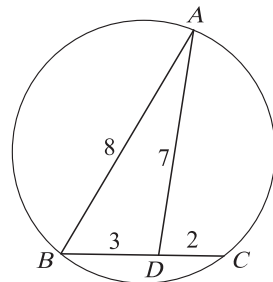
量 $\vec{BD} = k \vec{BE}$ ，則 $k = \frac{(16-1)}{(16-2)}$ 。(化為最簡分數)

17. 如右圖所示， A 、 B 、 C 為圓上三點， D 為 $\overline{BC}$ 上一點。若 $\overline{AB} = 8$ ，

$\overline{AD} = 7$ ， $\overline{BD} = 3$ ， $\overline{CD} = 2$ ，則此圓的半徑為

$\frac{\sqrt{(17-1)(17-2)}}{17-3}$ 。

(化為最簡根式)



第貳部分、混合題或非選擇題（占 15 分）

說明：本部分共有 1 題組，選填題每題 4 分，非選擇題配分標於題末。限在答題卷標示題號的作答區內作答。選擇(填)題與「非選擇題作圖部分」使用 2B 鉛筆作答，更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正帶（液）。非選擇題請由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

18-20 題為題組

已知坐標平面上，兩函數 $f(x) = x^2 + 8x$ 與 $g(x) = -2x^2 + 8x + 27$ 的圖形頂點分別為 P 與 Q 。
 $y = f(x)$ 與 $y = g(x)$ 的圖形交於 A ， B 兩點，其中左至右依序為 A ， B 。

18. Q ， A ， B 三點所圍成的三角形面積為 $\frac{\sqrt{(18-1)(18-2)}}{18-3}$ 。(選填題，5 分)

19. 若 θ 為向量 $\overrightarrow{PA}$ 與向量 $\overrightarrow{QB}$ 的夾角，試求 $\cos \theta$ 之值。(非選擇題，4 分)

20. 已知直線 L 為過原點且斜率 m 之直線。若向量 $\overrightarrow{PA}$ 與向量 $\overrightarrow{QB}$ 在直線 L 上之正射影相等，試求 m 之值。(非選擇題，6 分)

參考公式及可能用到的數值

1. 首項為 a ，公差為 d 的等差數列前 n 項之和為 $S = \frac{n(2a + (n-1)d)}{2}$

首項為 a ，公比為 r ($r \neq 1$) 的等比數列前 n 項之和為 $S = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$

2. 三角函數的和角公式： $\sin(A+B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B$

$$\cos(A+B) = \cos A \cos B - \sin A \sin B$$

$$\tan(A+B) = \frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \tan B}$$

3. $\triangle ABC$ 的正弦定理： $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$ (R 是 $\triangle ABC$ 外接圓半徑)

$\triangle ABC$ 的餘弦定理： $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$

4. 一維數據 $X: x_1, x_2, \dots, x_n$,

算術平均數 $\mu_X = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \dots + x_n)$

標準差 $\sigma_X = \sqrt{\frac{1}{n}[(x_1 - \mu_X)^2 + (x_2 - \mu_X)^2 + \dots + (x_n - \mu_X)^2]}$

$$= \sqrt{\frac{1}{n}[(x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2) - n\mu_X^2]}$$

5. 二維數據 $(X, Y): (x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$,

相關係數 $r_{X,Y} = \frac{(x_1 - \mu_X)(y_1 - \mu_Y) + (x_2 - \mu_X)(y_2 - \mu_Y) + \dots + (x_n - \mu_X)(y_n - \mu_Y)}{n\sigma_X\sigma_Y}$

迴歸直線 (最適直線) 方程式 $y - \mu_Y = r_{X,Y} \frac{\sigma_Y}{\sigma_X} (x - \mu_X)$

6. 參考數值： $\sqrt{2} \approx 1.414$, $\sqrt{3} \approx 1.732$, $\sqrt{5} \approx 2.236$, $\sqrt{7} \approx 2.646$, $\pi \approx 3.142$

7. 對數值： $\log 2 \approx 0.3010$, $\log 3 \approx 0.4771$, $\log 5 \approx 0.6990$, $\log 7 \approx 0.8451$