

北北基高級中等學校

114 學年度學科能力測驗聯合模擬考試

數學 B 考科

請於考試開始鈴響起，在答題卷簽名欄位以正楷簽全名

—作答注意事項—

考試範圍：第一～二冊、數學 B 第三～四冊

考試時間：100 分鐘

作答方式：

- 選擇（填）題用 2B 鉛筆在「答題卷」上作答；更正時以橡皮擦擦拭，切勿使用修正帶（液）。
- 除題目另有規定外，非選擇題用筆尖較粗之黑色墨水的筆在「答題卷」上作答；更正時，可以使用修正帶（液）。
- 考生須依上述規定劃記或作答，若未依規定而導致答案難以辨識或評閱時，恐將影響成績。
- 答題卷每人一張，不得要求增補。
- 選填題考生必須依各題的格式填答，且每一個列號只能在一個格子劃記。請仔細閱讀下面的例子。

例：若答案格式是 $\frac{(18-1)}{(18-2)}$ ，而依題意計算出來的答案是 $\frac{3}{8}$ ，則考生必須分別在答題卷上的第 18-1

列的 $\frac{3}{\square}$ 與第 18-2 列的 $\frac{\square}{8}$ 劃記，如：

18-1			<input checked="" type="text"/>											
18-2							<input checked="" type="text"/>							

例：若答案格式是 $\frac{(19-1)(19-2)}{50}$ ，而答案是 $\frac{-7}{50}$ 時，則考生必須分別在答題卷的第 19-1 列的 $\frac{\square}{\square}$ 與

第 19-2 列的 $\frac{7}{\square}$ 劃記，如：

19-1											<input checked="" type="text"/>			
19-2							<input checked="" type="text"/>							

選擇（填）題計分方式：

- 單選題：每題有 n 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項。各題答對者，得該題的分數；答錯、未作答或劃記多於一個選項者，該題以零分計算。
- 多選題：每題有 n 個選項，其中至少有一個是正確的選項。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得該題全部的分數；答錯 k 個選項者，得該題 $\frac{n-2k}{n}$ 的分數；但得分低於零分或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

- 選填題每題有 n 個空格，須全部答對才給分，答錯不倒扣。

※試題中參考的附圖均為示意圖，試題後附有參考公式及數值。

祝考試順利



99362418-34

版權所有．翻印必究

第壹部分、選擇（填）題（占 85 分）

一、單選題（占 30 分）

說明：第 1 題至第 6 題，每題 5 分。

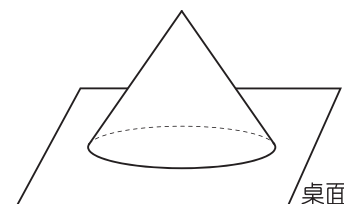
1. 小陽回到家看到弟弟的遊戲區放置了 3 顆彈珠，小陽發現若以第 1 顆彈珠在坐標平面上的位置為 $(0, 0)$ ，則第 2 顆彈珠的位置為 $(2, 1)$ ，第 3 顆彈珠的位置為 $(8, 2)$ 。小陽學校的數學老師最近正在教對數函數，他發現這 3 顆彈珠的位置剛好有一個對數函數的圖形通過，請問該對數函數可能為下列哪一個選項？
 - (1) $y = \log(x + 1)$
 - (2) $y = \log_2 x$
 - (3) $y = \log_2(x + 1)$
 - (4) $y = \log_3 x$
 - (5) $y = \log_3(x + 1)$
2. 已知實係數多項式 $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ 分別除以 $(x - 2)$ 、 $(x - 1)$ 、 $(x + 1)$ 、 $(x + 2)$ 的餘式依序為 1、2、3、4，試求 $3b + 8d$ 之值為何？
 - (1) 4
 - (2) 8
 - (3) 12
 - (4) 16
 - (5) 20
3. 某液晶面板由紅、綠、藍三種顏色的 LED 燈泡組成。已知各色燈泡亮燈的循環規律如下，並在同一時間各自開始做下述循環：
紅燈：「亮 3 秒，再暗 2 秒」，
綠燈：「亮 4 秒，再暗 3 秒」，
藍燈：「亮 5 秒，再暗 5 秒」，
若在某一時刻三種顏色的燈泡同時由亮轉暗，並設各燈泡亮、暗切換的時間極短可被忽略，則至少再過幾秒才能看到三種顏色的燈泡皆為亮燈？
 - (1) 15 秒
 - (2) 16 秒
 - (3) 17 秒
 - (4) 18 秒
 - (5) 19 秒

4. 設 A 為 2×3 階矩陣，且 $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 5 & 6 & 9 \end{bmatrix}$ 。若 $[0 \ 1]A = [a \ b \ c]$ ，試求 $a - b + c$ 之值為何？
- (1) 3
(2) 2
(3) 1
(4) 0
(5) -1
5. 平面上有三條直線，分別為 $L_1: 3x + 4y + 3 = 0$ 、 $L_2: 3x + 4y = 0$ 、 $L_3: 3x + 4y - 7 = 0$ 。已知直線 L_2 通過圓 Γ 的圓心，且 L_1 和圓 Γ 相切。設 P 為圓 Γ 上一動點，若 P 點到 L_3 距離的最大值為 M ，最小值為 m ，則 $2M + m$ 之值為何？
- (1) 3
(2) $\frac{18}{5}$
(3) 4
(4) $\frac{24}{5}$
(5) 6
6. 某地球儀為半徑 R 公分之球體，今有一螞蟻從此地球儀的北極點出發，沿著 0 度經線往南爬行。已知螞蟻抵達北緯 60 度時所經過的弧線之長度為 $\frac{10\pi}{3}$ 公分，試問此地球儀北緯 60 度的緯線一圈長度為多少公分？
- (1) 10π 公分
(2) $10\sqrt{3}\pi$ 公分
(3) 20π 公分
(4) $20\sqrt{3}\pi$ 公分
(5) 30π 公分

二、多選題（占 30 分）

說明：第 7 題至第 12 題，每題 5 分。

7. 小林將一個直圓錐形狀的蛋糕平放在桌面上，如右圖，並用刀子切此蛋糕一次，在切的過程中，小林切的方向只有「垂直桌面」或「平行桌面」兩種方向，則其切面輪廓可能是什麼圖形？



- (1) 等腰三角形
 - (2) 圓形
 - (3) 橢圓形
 - (4) (不考慮底面的一線段) 拋物線的一部分
 - (5) (不考慮底面的一線段) 雙曲線的一部分
8. 一等差數列 $\langle a_n \rangle$ 的公差為正數，且前 n 項的和 $S_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n$ ，則下列哪些敘述是正確的？
- (1) $S_{300} = 3 \times S_{100}$
 - (2) $S_{200} > S_{100}$
 - (3) $S_{100} + S_{300} = 2 \times S_{200}$
 - (4) $S_{400} - S_{200} > S_{300} - S_{100}$
 - (5) $S_{300} - S_{100} = 20 \times (S_{205} - S_{195})$
9. 數線上有相異五點 A 、 B 、 C 、 D 、 E ，其所代表的數分別為 a 、 b 、 c 、 d 、 e ，已知 $\log a = 9$ ， $\log b = 9.301$ ， $\log c = 10$ ， $\log d = 10.301$ ， $\log e = 11$ 。今數線上有一質點在早上 8 點整由原點 O 等速往數線的正向出發，已知此質點在 9 分鐘後 (8:09) 抵達 A 點，試問下列哪些敘述是正確的？
- (1) 當天此質點大約在 8:18 時抵達 B 點
 - (2) 當天此質點大約在 9:30 時抵達 C 點
 - (3) 當天此質點在中午 12:00 前就可抵達 D 點
 - (4) 當天此質點直到午夜 24:00 仍然未抵達 E 點
 - (5) 當天此質點「從原點 O 到 A 點所花費時間」與「從原點 O 到 E 點所花費時間」的比值為 $\frac{9}{11}$

10. 給定一個實係數三次多項式函數 $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + 4$ 。已知 $a < 0$ ， $y = f(x)$ 圖形的對稱中心為 $(-2, 0)$ ，且 $y = f(x)$ 和 x 軸有三個相異交點，試選出正確的選項。

- (1) $y = f(x)$ 圖形在對稱中心附近的局部近似 (一次近似) 圖形為一條斜率為正的直線
- (2) $b > 0$
- (3) $c < 0$
- (4) $y = f(x)$ 圖形必和 x 軸的正向恰有一個交點
- (5) $y = f(-x) - 8$ 圖形的對稱中心為 $(2, 4)$

11. 佳佳布行老闆到日本批發 100 種不同花色的棉布，其布長 X (碼) 與價格 Y (日圓) 的資料如右表。現在為了提供給臺灣拼布同好做購買參考，將單位分別轉換為英尺 (1 碼 = 3 英尺) 與臺幣

	布長 X (碼)	價格 Y (日圓)
平均數	50	2300
標準差	3	5

(1 日圓 = 0.25 新臺幣 (元))。現將這 100 筆數據繪製成散布圖，若布長 (X) 與價格 (Y) 的相關係數為 $r = 0.9$ ，價格 (Y) 對布長 (X) 的迴歸直線 (最適直線) 為 L ，其斜率為 m ；而單位轉換後布長 (X') 與價格 (Y') 的相關係數為 r' ，價格 (Y') 對布長 (X') 的迴歸直線 (最適直線) 為 L' ，其斜率為 m' ，則下列選項哪些正確？

- (1) 布長 (X) 與價格 (Y) 呈現正相關
- (2) $m = 1.5$
- (3) $r' < r$
- (4) $m' < m$
- (5) 直線 L' 必通過點 $(150, 575)$

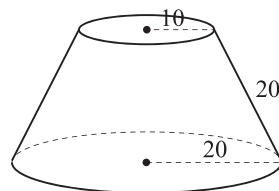
12. 桌上有 7 張卡片分別寫有 1、2、3、4、5、6、7，今大寶、二寶和小寶從中同時各自抽走 1 張 (三人所取的卡片皆不同)。設每張卡片被抽到的機會均等，試選出正確的選項。

- (1) 三張卡片數字和為偶數的機率為 $\frac{19}{35}$
- (2) 三張卡片數字積為偶數的機率為 $\frac{18}{35}$
- (3) 三張卡片數字為等差數列的機率為 $\frac{9}{35}$
- (4) 三張卡片數字中，大寶所持卡片數字大於二寶與小寶卡片數字的機率為 $\frac{1}{6}$
- (5) 已知大寶抽到數字為 3 的卡片，則二寶所持卡片數字大於小寶卡片數字的機率為 $\frac{1}{2}$

三、選填題（占 25 分）

說明：第 13 題至第 17 題，每題 5 分。

13. 直圓錐被截去一部分形成右圖，做為運動會時供閱兵站立的平臺。已知此平臺上圓的半徑為 10 英寸，下圓的半徑為 20 英寸，則其總表面



積(上圓+下圓+側面)為 (13-1)(13-2)(13-3)(13-4) π 平方英寸。

14. 設 $\langle a_n \rangle$ 為一等比數列，已知 $a_1 > 0$ ， $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = -15$ ，且 $|a_1| + |a_2| + |a_3| + |a_4| = 45$ ，

試求 $a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + a_4^2 =$ (14-1)(14-2)(14-3) 。

15. 排球比賽由甲、乙兩支隊伍各派 6 名球員上場，當球由甲隊發球員將球發到乙隊場地中時(不考慮界外)，乙隊中的 6 人必須在球不落地的情況下，透過最多 3 次擊球將排球打回到甲隊的場地，且乙隊的同一位球員不得連續擊球兩次。試問甲隊發球後，乙隊將球打回甲隊場地前(假設乙隊沒有漏接，且能正確地打回到甲隊場地)，乙隊球員擊球的全部過程有

(15-1)(15-2)(15-3) 種可能。

16. 平面上有不共線三點 A 、 B 、 C ，已知 D 在 $\angle CAB$ 的內角平分線上，且 $\cos \angle CAB = \frac{4}{5}$ ，

$\overline{AC} = 10$ ，若 $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AB}$ ，試求 $\overline{CD} =$ (16-1)(16-2) $\frac{(16-3)}{(16-3)}$ 。(化為最簡分數)

17. 設 a ， b 為正整數，且 $a < b < 10$ ，當 $\frac{9a^2 + b^2}{3ab}$ 為最小值時， $2a + b$ 的所有可能之值的總和為

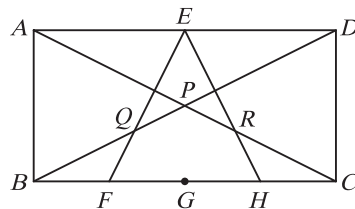
(17-1)(17-2) 。

第貳部分、混合題或非選擇題（占 15 分）

說明：本部分共有 1 題組，單選題每題 4 分，非選擇題配分標於題末。限在答題卷標示題號的作答區內作答。選擇題與「非選擇題作圖部分」使用 2B 鉛筆作答，更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正帶（液）。非選擇題請由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

18-20 題為題組

已知 $ABCD$ 是一個面積為 72 平方單位的矩形，且 $\overline{AD} = 2\overline{AB}$ 。若 E 點為 $\overline{AD}$ 的中點， F 、 G 、 H 為 $\overline{BC}$ 上的四等分點，連接 $\overline{AC}$ 與 $\overline{BD}$ 交於 P ， $\overline{BD}$ 與 $\overline{EF}$ 交於 Q ， $\overline{AC}$ 與 $\overline{EH}$ 交於 R 。若 G 點為坐標平面上的原點， C 點和 E 點分別在坐標平面上 x 軸和 y 軸的正向上，試回答下列問題。



18. 試求 Q ， R 兩點的坐標。(非選擇題，5 分)

19. 試求 $\cos \angle FQP$ 、 $\cos \angle QPR$ 之值。(非選擇題，6 分)

20. 試求五邊形 $FHRPQ$ 的面積為下列哪個選項？(單選題，4 分)

- (1) 8 平方單位
- (2) 10 平方單位
- (3) 12 平方單位
- (4) 14 平方單位
- (5) 16 平方單位

參考公式及可能用到的數值

1. 首項為 a ，公差為 d 的等差數列前 n 項之和為 $S = \frac{n(2a + (n-1)d)}{2}$

首項為 a ，公比為 r ($r \neq 1$) 的等比數列前 n 項之和為 $S = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$

2. $\triangle ABC$ 的正弦定理： $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$ (R 為 $\triangle ABC$ 外接圓半徑)

$\triangle ABC$ 的餘弦定理： $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$

3. $\triangle ABC$ 的面積 $= \frac{1}{2} bc \sin A = \frac{1}{2} ac \sin B = \frac{1}{2} ab \sin C$

4. 一維數據 $X: x_1, x_2, \dots, x_n$,

算術平均數 $\mu_X = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \dots + x_n)$

標準差 $\sigma_X = \sqrt{\frac{1}{n}[(x_1 - \mu_X)^2 + (x_2 - \mu_X)^2 + \dots + (x_n - \mu_X)^2]}$

$$= \sqrt{\frac{1}{n}[(x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2) - n\mu_X^2]}$$

5. 二維數據 $(X, Y): (x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$,

相關係數 $r_{X,Y} = \frac{(x_1 - \mu_X)(y_1 - \mu_Y) + (x_2 - \mu_X)(y_2 - \mu_Y) + \dots + (x_n - \mu_X)(y_n - \mu_Y)}{n\sigma_X\sigma_Y}$

迴歸直線 (最適合直線) 方程式 $y - \mu_Y = r_{X,Y} \frac{\sigma_Y}{\sigma_X}(x - \mu_X)$

6. 參考數值： $\sqrt{2} \approx 1.414$ ， $\sqrt{3} \approx 1.732$ ， $\sqrt{5} \approx 2.236$ ， $\sqrt{6} \approx 2.449$ ， $\pi \approx 3.142$

7. 對數值： $\log 2 \approx 0.3010$ ， $\log 3 \approx 0.4771$ ， $\log 5 \approx 0.6990$ ， $\log 7 \approx 0.8451$