

數學考科

請於考試開始鈴響起，在答題卷簽名欄位以正楷簽全名

—作答注意事項—

考試範圍：第一冊全

考試時間：100 分鐘

作答方式：

- 選擇（填）題用 2B 鉛筆在「答題卷」上作答；更正時以橡皮擦擦拭，切勿使用修正帶（液）。
- 除題目另有規定外，非選擇題用筆尖較粗之黑色墨水的筆在「答題卷」上作答；更正時，可以使用修正帶（液）。
- 考生須依上述規定劃記或作答，若未依規定而導致答案難以辨識或評閱時，恐將影響成績。
- 答題卷每人一張，不得要求增補。
- 選填題考生必須依各題的格式填答，且每一個列號只能在一個格子劃記。請仔細閱讀下面的例子。

例：若答案格式是 $\frac{\textcircled{18-1}}{\textcircled{18-2}}$ ，而依題意計算出來的答案是 $\frac{3}{8}$ ，則考生必須分別在答題卷上的第 18-1

列的 $\frac{3}{8}$ 與第 18-2 列的 $\frac{8}{8}$ 劃記，如：

18-1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
18-2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±

例：若答案格式是 $\frac{\textcircled{19-1}\textcircled{19-2}}{50}$ ，而答案是 $\frac{-7}{50}$ 時，則考生必須分別在答題卷的第 19-1 列的 $\frac{-7}{50}$ 與

第 19-2 列的 $\frac{7}{50}$ 劃記，如：

19-1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
19-2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±

選擇（填）題計分方式：

- 單選題：每題有 n 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項。各題答對者，得該題的分數；答錯、未作答或劃記多於一個選項者，該題以零分計算。
- 多選題：每題有 n 個選項，其中至少有一個是正確的選項。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得該題全部的分數；答錯 k 個選項者，得該題 $\frac{n-2k}{n}$ 的分數；但得分低於零分或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

- 選填題每題有 n 個空格，須全部答對才給分，答錯不倒扣。

※試題中參考的附圖均為示意圖，試題後附有參考公式及數值。

祝考試順利



99362103-35

版權所有 · 翻印必究

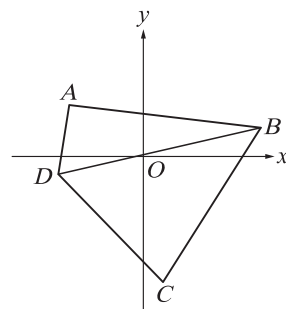
第壹部分、選擇（填）題（占 85 分）

一、單選題（占 30 分）

說明：第 1 題至第 6 題，每題 5 分。

1. 如右圖所示，下列哪條直線斜率最小？

- (1) 直線 AB
- (2) 直線 BC
- (3) 直線 CD
- (4) 直線 DA
- (5) 直線 BD



2. 下列哪一個方程式為圓方程式？

- (1) $x^2 - y^2 + 2x - 2y + 8 = 0$
- (2) $x^2 - y^2 + 2x - 2y = 0$
- (3) $x^2 + y^2 + 2x - 2y = 0$
- (4) $x^2 + y^2 + 2x - 2y + 2 = 0$
- (5) $x^2 + 2y^2 + 2x - 2y + 4 = 0$

3. 下列哪一個多項式能被 $x^2 - x$ 整除？

- (1) $x^{198} + x^2$
- (2) $x^{198} + 1$
- (3) $x^{198} + x^2 - x$
- (4) $x^{198} - 1$
- (5) $x^{198} - x^2$

4. 已知 $45^2 = 2025$ ，則下列實數之值何者最接近 45？

(1) $\sqrt{2020} - \sqrt{2020}$

(2) $\sqrt{2025} - \sqrt{2025}$

(3) $\sqrt{2050} - \sqrt{2050}$

(4) $\sqrt{2070} - \sqrt{2070}$

(5) $\sqrt{2090} - \sqrt{2090}$

5. 「你當我塑膠」是臺灣人常用的網路用語，意指「無視我」、「把我當透明人」或「不把我當一回事」。這句話源自臺語，通常帶有不滿、被忽略後的挑釁意味，但也許幾十年之後我們真的會成為塑膠。依照最新研究顯示，人類大腦中的塑膠微粒濃度在 2016 年至 2024 年這 8 年間成長為原先的 1.5 倍，且 2025 年初的資料中發現塑膠微粒約占正常大腦重量的 0.48 % (約 5~6 克)，這些微粒的總重量相當於一支塑膠湯匙，甚至部分受試者的大腦中含有 7 克的塑膠微粒。若以此成長速度，請問從 2025 年後到西元多少年時，大腦中含有的塑膠微粒總重量約為五支塑膠湯匙的重量？(請簡單估值並選出最接近的選項)

(1) 2051 年

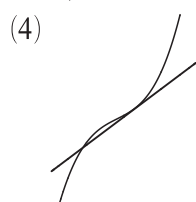
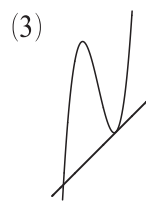
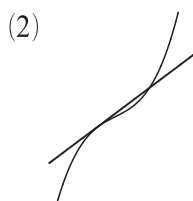
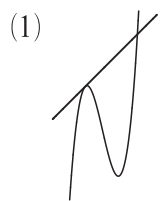
(2) 2054 年

(3) 2057 年

(4) 2060 年

(5) 2063 年

6. 已知函數 $f(x) = x^3 + 2x^2 - 3x - 1$ 在 $x = -2$ 附近會近似於 $y = g(x)$ 的圖形，將 $y = f(x)$ 與 $y = g(x)$ 的圖形畫在同一個坐標平面上，最接近下列哪個選項？



二、多選題（占 30 分）

說明：第 7 題至第 12 題，每題 5 分。

7. 請選出下列哪些為有理數？

(1) $\sqrt{2}$

(2) $\sqrt{7+2\sqrt{6}}$

(3) $\log 100$

(4) $\sqrt{7+2\sqrt{6}} - \sqrt{7-2\sqrt{6}}$

(5) π

8. 下列哪些實數 x 能滿足不等式 $|x - \pi| < 2.2$ ？

(1) $x = \log 1$

(2) $x = \log 9$

(3) $x = \log 28$

(4) $x = \log 2583$

(5) $x = \log 199999$

9. 已知直線 L 的斜率存在且其值為 m_1 ，直線 M 的斜率存在且其值為 m_2 ，請問下列敘述哪些是正確的？

(1) 若 $m_1 \times m_2 = -1$ ，則直線 L 與直線 M 互相垂直

(2) 若 $m_1 \times m_2 = 0$ ，則直線 L 與直線 M 相交於一點

(3) 若 $m_1 = m_2$ ，則直線 L 與直線 M 平行

(4) 若 $m_1 > m_2$ ，則直線 L 與直線 M 相交於一點

(5) 若 $m_1 \times m_2 < 0$ ，則直線 L 與直線 M 兩條線必通過四個象限

10. 已知 $0 < a < b$ ，若 $x = \frac{1015}{2026}a + \frac{1011}{2026}b$ ， $y = \frac{1011}{2026}a + \frac{1015}{2026}b$ ， $z = \frac{a+b}{2}$ ， $w = \sqrt{ab}$ ，則下列

哪些敘述必定正確？

- (1) $x > y$
- (2) $y > z$
- (3) $z > w$
- (4) $y > w$
- (5) $x > w$

11. 若坐標平面上以 $A(1, 1)$ ， $B(7, -7)$ 兩點為直徑畫圓，則此圓會通過原點 $(0, 0)$ 。試問此圓與下列哪些直線會相交於兩點？

- (1) $4x - 3y = 0$
- (2) $123x + 456y = 0$
- (3) $4x - 3y = 4$
- (4) $4x - 3y = -4$
- (5) $123x + 456y = 123$

12. 令 $f(x)$ 與 $g(x)$ 為相異的實係數三次多項式且 $f(x)$ 的首項係數為 1，已知

$h(x) = f(x) + g(x) = 2x^3 - 2x^2$ ，令 Γ_1 、 Γ_2 、 Γ_3 分別為 $f(x)$ 、 $g(x)$ 、 $h(x)$ 在坐標平面上的函數圖形，且 $f(x)$ 、 $g(x)$ 的對稱中心分別為 (a_1, b_1) 、 (a_2, b_2) ，則下列敘述哪些必定正確？

- (1) $g(x)$ 的首項係數必為 1
- (2) Γ_1 與 Γ_2 不可能有三個不同的交點
- (3) $a_1 + a_2$ 可唯一確定
- (4) $b_1 + b_2$ 可唯一確定
- (5) 若 $a_1 = a_2$ ，則 $b_1 + b_2 < 0$

三、選填題（占 25 分）

說明：第 13 題至第 17 題，每題 5 分。

13. 滿足不等式 $(x+1)(x+3)(x+5)(x+7)x^2 \leq (x-1)(x+1)(x+3)(x+5)(x+7)$ 的整數解有

13 個。

14. 將二次函數 $f(x)=3x^2+4x+k$ 的圖形向右平移一單位，再向上平移兩單位後與 x 軸相切，

試求實數 k 之值為 $\frac{\textcircled{14-1}\textcircled{14-2}}{\textcircled{14-3}}$ 。(化為最簡分數)

15. 已知坐標平面上一點 $A(1, 1)$ 與一直線 $L: 2x-3y=12$ ，若 P 點為直線 L 上一動點，則當

$\overline{AP}$ 有最小值時，此時 P 點坐標為 $(\textcircled{15-1}, \textcircled{15-2}\textcircled{15-3})$ 。

16. 十三進位制在人類歷史上較為罕見，不像十進位、十二進位或六十進位那樣普遍。由於十三是一個質數，不便於日常生活中的拆分，因此少有大規模的文明系統將其作為基礎進位制。但馬雅文化卻會以十三為一個時間週期，雖然非嚴格的十三進位制，但其曆法準確度令人驚嘆，這也是很多人喜歡研究其文化的原因之一。實際上的十三進位制換算，舉例來說：

十三進位制 $\underline{1\ 12\ 6\ 7\ 9}$ 可換算為十進位制 $1 \times 13^4 + 12 \times 13^3 + 6 \times 13^2 + 7 \times 13 + 9 = 56039$ ，若十三進位制中， $a = \underline{5\ 4\ 3\ 2\ 1}$ ， $b = \underline{1\ 10\ 12\ 8\ 6}$ ， $c = \underline{3\ 5\ 12\ 9\ 4}$ ，則將 $a-b-c$ 之值轉換為十進位制

之後，其值為 $\textcircled{16-1}\textcircled{16-2}\textcircled{16-3}$ 。

17. 若實係數三次多項式函數 $f(x)=2x^3+ax^2+bx+c$ 在 $x=-1$ 附近的圖形近似於直線 $y=g(x)=2x+3$ ，且 $y=g(x)$ 與 $y=f(x)$ 在 $x=0$ 時還有一個交點，則序組 $(a, b, c)=$

$(\textcircled{17-1}, \textcircled{17-2}, \textcircled{17-3})$ 。

第貳部分、混合題或非選擇題（占 15 分）

說明：本部分共有 1 題組，單選題每題 3 分，選填題每題 5 分，非選擇題配分標於題末。限在答題卷標示題號的作答區內作答。選擇題與「非選擇題作圖部分」使用 2B 鉛筆作答，更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正帶（液）。非選擇題請由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

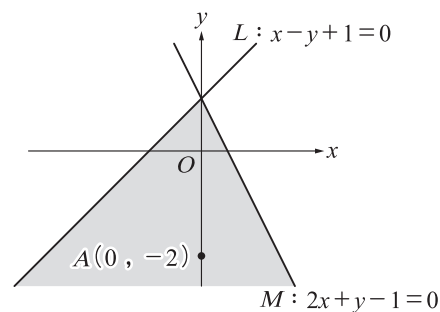
18-20 題為題組

已知坐標平面上有兩條直線 $L: x - y + 1 = 0$ 與 $M: 2x + y - 1 = 0$ ，一有色區域如右圖，且 $A(0, -2)$ 在此區域內，試回答下列問題。

18. 請判斷有色區域(含邊界)為下列哪個聯立不等式的圖形？

(單選題，3 分)

- (1) $\begin{cases} x - y + 1 \geq 0 \\ 2x + y - 1 \geq 0 \end{cases}$
- (2) $\begin{cases} x - y + 1 \leq 0 \\ 2x + y - 1 \geq 0 \end{cases}$
- (3) $\begin{cases} x - y + 1 \geq 0 \\ 2x + y - 1 \leq 0 \end{cases}$
- (4) $\begin{cases} x - y + 1 \leq 0 \\ 2x + y - 1 \leq 0 \end{cases}$
- (5) $\begin{cases} x - y + 1 = 0 \\ 2x + y - 1 = 0 \end{cases}$



19. 承 18. 題，若以 $A(0, -2)$ 為圓心的圓在此有色區域內(含邊界)，則此圓最大面積為

$\frac{\textcircled{19-1} \pi}{\textcircled{19-2}}$ 。(化為最簡分數)(選填題，5 分)

20. 若以 $A(0, -2)$ 為圓心的圓與兩直線 L 、 M 相交於相異三點，請列出此圓所有可能的半徑。
(非選擇題，7 分)

參考公式及可能用到的數值

1. 一元二次方程式 $ax^2+bx+c=0$ 的公式解： $x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$
2. 平面上兩點 $P_1(x_1, y_1)$ ， $P_2(x_2, y_2)$ 間的距離為 $\overline{P_1P_2}=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$
3. 通過 (x_1, y_1) 與 (x_2, y_2) 的直線斜率 $m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$ ， $x_1\neq x_2$
4. 點 (x_0, y_0) 到直線 $ax+by+c=0$ 的距離為 $\frac{|ax_0+by_0+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$
5. 參考數值： $\sqrt{2}\approx 1.414$ ， $\sqrt{3}\approx 1.732$ ， $\sqrt{5}\approx 2.236$ ， $\sqrt{6}\approx 2.449$ ， $\pi\approx 3.142$
6. 對數值： $\log 2\approx 0.3010$ ， $\log 3\approx 0.4771$ ， $\log 5\approx 0.6990$ ， $\log 7\approx 0.8451$ ， $\log 9\approx 0.9542$
7. 指數值： $10^{0.3010}\approx 2$ ， $10^{0.4771}\approx 3$ ， $10^{0.6990}\approx 5$ ， $10^{0.9542}\approx 9$