

數學考科

請於考試開始鈴響起，在答題卷簽名欄位以正楷簽全名

—作答注意事項—

考試範圍：第一冊全

考試時間：100 分鐘

作答方式：

- 選擇（填）題用 2B 鉛筆在「答題卷」上作答；更正時以橡皮擦擦拭，切勿使用修正帶（液）。
- 除題目另有規定外，非選擇題用筆尖較粗之黑色墨水的筆在「答題卷」上作答；更正時，可以使用修正帶（液）。
- 考生須依上述規定劃記或作答，若未依規定而導致答案難以辨識或評閱時，恐將影響成績。
- 答題卷每人一張，不得要求增補。
- 選填題考生必須依各題的格式填答，且每一個列號只能在一個格子劃記。請仔細閱讀下面的例子。

例：若答案格式是  $\frac{\textcircled{18-1}}{\textcircled{18-2}}$ ，而依題意計算出來的答案是  $\frac{3}{8}$ ，則考生必須分別在答題卷上的第 18-1

列的  $\frac{3}{8}$  與第 18-2 列的  $\frac{8}{8}$  劃記，如：

|      |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 18-1 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 0 | - | ± |
| 18-2 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 0 | - | ± |

例：若答案格式是  $\frac{\textcircled{19-1} \textcircled{19-2}}{50}$ ，而答案是  $\frac{-7}{50}$  時，則考生必須分別在答題卷的第 19-1 列的  $\frac{-7}{50}$  與

第 19-2 列的  $\frac{7}{50}$  劃記，如：

|      |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 19-1 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 0 | - | ± |
| 19-2 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 0 | - | ± |

選擇(填)題計分方式：

- 單選題：每題有  $n$  個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項。各題答對者，得該題的分數；答錯、未作答或劃記多於一個選項者，該題以零分計算。
- 多選題：每題有  $n$  個選項，其中至少有一個是正確的選項。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得該題全部的分數；答錯  $k$  個選項者，得該題  $\frac{n-2k}{n}$  的分數；但得分低於零分或所有選項均未作答者，該題以零分計算。
- 選填題每題有  $n$  個空格，須全部答對才給分，答錯不倒扣。

※試題中參考的附圖均為示意圖，試題後附有參考公式及數值。

祝考試順利



99362103-34

版權所有．翻印必究

## 第壹部分、選擇（填）題（占 85 分）

### 一、單選題（占 30 分）

說明：第 1 題至第 6 題，每題 5 分。

1. 不等式  $3 \leq |x+a| < 5$  的解為兩個區間，若其中一個區間為  $[-4, -2)$ ，試問另一個區間為何？

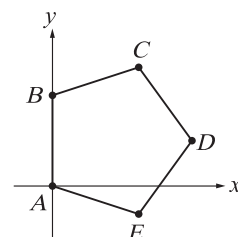
- (1)  $(-12, -10]$
- (2)  $[-12, 10)$
- (3)  $(4, 6]$
- (4)  $[4, 6)$
- (5) 條件不足

2. 令  $a = \sqrt{2}$ ， $b = \sqrt[3]{3}$ ， $c = \sqrt[4]{6}$ ，試問  $a, b, c$  的大小關係為何？

- (1)  $a < b < c$
- (2)  $a < c < b$
- (3)  $c < b < a$
- (4)  $c < a < b$
- (5)  $b < a < c$

3. 如右圖，坐標平面上正五邊形  $ABCDE$  的  $A$  點在原點， $B$  點在  $y$  軸上。試問斜率最小的直線為何？

- (1)  $\overleftrightarrow{AB}$
- (2)  $\overleftrightarrow{BC}$
- (3)  $\overleftrightarrow{CD}$
- (4)  $\overleftrightarrow{DE}$
- (5)  $\overleftrightarrow{EA}$



4. 數線上有  $A(a)$ ,  $B(b)$ ,  $C(c)$ ,  $D(d)$  四點，其中  $a < b < c < d$ ,  $\overline{AB} : \overline{BD} = 1 : 2$ ,  $\overline{AC} : \overline{CD} = 3 : 2$ , 若  $\overline{BC} = 4$ , 試問  $\overline{AD}$  之值為何？
- (1) 6
  - (2) 9
  - (3) 12
  - (4) 15
  - (5) 18
5. 已知  $f(x)$  與  $g(x)$  分別為實係數三次及二次多項式，若  $f(x)$  除以  $g(x)$  的商式及餘式皆為  $x$ , 試問  $f(x)$  除以  $x$  的餘式為何？
- (1) 1
  - (2) 0
  - (3)  $x$
  - (4)  $g(x)$
  - (5) 條件不足
6. 在坐標平面上有兩條距離為 1 且分別過點  $(6, 4)$  及點  $(11, 9)$  的平行直線，試問直線的斜率可能為何？
- (1)  $-1$
  - (2)  $-\frac{3}{4}$
  - (3) 0
  - (4)  $\frac{1}{2}$
  - (5)  $\frac{4}{3}$

二、多選題（占 30 分）

說明：第 7 題至第 12 題，每題 5 分。

7. 已知  $\log a = \sqrt{7+4\sqrt{3}}$ ，其中  $a$  是實數。試選出正確的選項。

- (1)  $\log a$  的整數部分為 3
- (2)  $\log a$  的小數部分為 0.732
- (3)  $a$  的整數部分為 3 位數
- (4)  $\log a^2 = 7 + 4\sqrt{3}$
- (5)  $a^2$  的整數部分的位數為 8

8. 試選出多項式不等式  $(x^3+1)(x^2-2) < x(x^3+1)$  的解。

- (1)  $-\sqrt{3}$
- (2)  $-\sqrt{2}$
- (3)  $-1$
- (4)  $\sqrt{2}$
- (5)  $\sqrt{5}$

9. 方程式  $(x+1)^2 - (y-2)^2 = 0$  的圖形將坐標平面分成四個區域，試選出與原點  $(0, 0)$  在同一個區域的選項。

- (1)  $(1, 2)$
- (2)  $(0, 2)$
- (3)  $(-1, 1)$
- (4)  $(-2, 2)$
- (5)  $(-2, 0)$

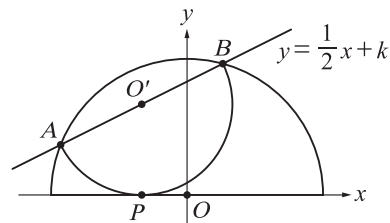
10. 下列關於函數  $y=f(x)=(x+1)^3-3(x+1)^2+1$  圖形之敘述，試選出正確的選項。

- (1)  $f(-0.999)$  的近似值 (四捨五入至整數) 為 1
- (2)  $y=f(x)$  圖形的對稱中心為  $(-1, 1)$
- (3)  $y=f(x)$  的圖形向上平移 1 單位後與  $x$  軸有 3 個交點
- (4)  $f(x)=(x-1)^3+3(x-1)^2-3$
- (5)  $y=f(x)$  在  $x=1$  附近的一次近似為  $y=3x-6$

11. 已知  $f(x)$  與  $g(x)$  分別實係數為二次及一次多項式且  $f(x)-g(x)=x^2-x-2$ ，試選出正確的選項。

- (1)  $f(x)$  可能為  $2x^2$
- (2)  $g(x)$  可能為  $2x$
- (3)  $y=f(x)$  的圖形可能為開口向下的拋物線
- (4)  $y=f(x)$  與  $y=g(x)$  的圖形可能沒有交點
- (5)  $y=f(x)$  的圖形可能為恆在  $x$  軸上方的拋物線

12. 如右圖，坐標平面上有大小兩個半圓，其中大半圓的圓心為  $O(0, 0)$  且直徑落在  $x$  軸上，小半圓圓心為  $O'$  且直徑的兩端  $A, B$  為直線  $L: y=\frac{1}{2}x+k$  ( $k>0$ ) 與大半圓圓周的交點，小半圓的圓周與  $x$  軸相切於  $P$  點。試選出正確的選項。



- (1) 線段  $AB$  的中垂線必過原點  $O(0, 0)$
- (2) 小半圓的圓心  $O'$  落在直線  $y=-2x$  上
- (3) 原點  $O$  到直線  $L$  的距離為  $\frac{|k|}{\sqrt{5}}$
- (4) 若大半圓的半徑為 2，則小半圓半徑為  $\sqrt{2}$
- (5) 若大半圓的半徑為 2，則  $k=\frac{10}{3}$

三、選填題（占 25 分）

說明：第 13 題至第 17 題，每題 5 分。

13. 令  $x = 2 + \sqrt{3}$ ，則  $x^2 + x + 1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = \frac{\textcircled{13-1} \textcircled{13-2}}{\quad}$ 。

14. 有兩個正實數  $a$ 、 $b$ ，已知  $a^6 = b^3 = 5$ ，則  $(a^{\sqrt{3}} \times b^{\sqrt{3}})^{\sqrt{3}} = \frac{\textcircled{14-1} \sqrt{\textcircled{14-2}}}{\quad}$ 。(化為最簡根式)

15. 已知多項式  $ax^3 + bx^2 + 5x - 3$  能被  $x^2 + x + 3$  整除，則數對  $(a, b) = \frac{(\textcircled{15-1}, \textcircled{15-2})}{\quad}$ 。

16. 設多項式函數  $f(x) = x^3 - 31x^2 + 320x + a$ ，其中  $a$  為實數。若  $f(11) = 10$ ，則  $f(12) = \frac{\textcircled{16-1} \textcircled{16-2}}{\quad}$ 。

17. 在坐標平面上，設  $x^2 + y^2 - 4kx + 2ky + 5k^2 - 2k - 2 = 0$  的圖形為圓心在  $(6, -3)$  的圓，則此圓的半徑為  $\frac{\textcircled{17-1} \sqrt{\textcircled{17-2}}}{\quad}$ 。(化為最簡根式)

## 第貳部分、混合題或非選擇題（占 15 分）

說明：本部分共有 1 題組，多選題每題 5 分，非選擇題配分標於題末。限在答題卷標示題號的作答區內作答。選擇題與「非選擇題作圖部分」使用 2B 鉛筆作答，更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正帶（液）。非選擇題請由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

## 18-20 題為題組

阿國在一樓向二樓的阿全拋球。假設阿國、球及其運動軌跡和阿全都在同一平面上。令  $y$  軸代表高度， $x$  軸為地面，阿國的位置為  $(-2, 0)$ ，阿全的位置在  $(2, 5)$ 。假設球由  $(-2, 0)$  被拋出並沿著拋物線軌跡直到地面才停止且最高點為  $(0, 4)$ ，試回答下列問題。

18. 下列哪些點會落在球的軌跡上？(多選題，5 分)

- (1)  $(-1, 1)$
- (2)  $(-1, 2)$
- (3)  $(-1, 3)$
- (4)  $(1, 1)$
- (5)  $(1, 3)$

19. 試以  $x$  (坐標) 來表示軌跡上的動點  $P$  與阿全位置連線的斜率。(非選擇題，4 分)

20. 承 19. 題，令  $t = 2 - x$ ，當  $-2 \leq x < 2$  ( $0 < t \leq 4$ ) 時，軌跡上的動點  $P$  與阿全位置連線的斜率的最小值為何？(非選擇題，6 分)

### 參考公式及可能用到的數值

1. 一元二次方程式  $ax^2 + bx + c = 0$  的公式解： $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
2. 平面上兩點  $P_1(x_1, y_1)$ ， $P_2(x_2, y_2)$  間的距離為  $\overline{P_1P_2} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
3. 通過  $(x_1, y_1)$  與  $(x_2, y_2)$  的直線斜率  $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ ， $x_1 \neq x_2$
4. 點  $(x_0, y_0)$  到直線  $ax + by + c = 0$  的距離為  $\frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$
5. 參考數值： $\sqrt{2} \approx 1.414$ ， $\sqrt{3} \approx 1.732$ ， $\sqrt{5} \approx 2.236$ ， $\sqrt{6} \approx 2.449$ ， $\pi \approx 3.142$
6. 對數值： $\log 2 \approx 0.3010$ ， $\log 3 \approx 0.4771$ ， $\log 5 \approx 0.6990$ ， $\log 7 \approx 0.8451$ ， $\log 9 \approx 0.9542$