

# 版權所有，翻印必究

114 學年度全國高級中學

分科測驗模擬考試

## 數學乙考科 A 卷

請於考試開始鈴響起，在答題卷簽名欄位以正楷簽全名

—作答注意事項—

考試範圍：第一～二冊、第三～四冊(數學 A、B 均關聯的學習內容)、選修數學乙(極限與函數、微分、積分、複數與多項式方程式)

考試時間：80 分鐘

作答方式：

- 選擇(填)題用 2B 鉛筆在「答題卷」上作答；更正時以橡皮擦擦拭，切勿使用修正帶(液)。
- 除題目另有規定外，非選擇題用筆尖較粗之黑色墨水的筆在「答題卷」上作答；更正時，可以使用修正帶(液)。
- 考生須依上述規定劃記或作答，若未依規定而導致答案難以辨識或評閱時，恐將影響成績。
- 答題卷每人一張，不得要求增補。
- 選填題考生必須依各題的格式填答，且每一個列號只能在一個格子劃記。請仔細閱讀下面的例子。

例：若答案格式是  $\frac{\textcircled{18-1}}{\textcircled{18-2}}$ ，而依題意計算出來的答案是  $\frac{3}{8}$ ，則考生必須分別在答題卷上的第 18-1

列的  $\square$  與第 18-2 列的  $\square$  劃記，如：

18-1	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
18-2	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

例：若答案格式是  $\frac{\textcircled{19-1}\textcircled{19-2}}{50}$ ，而答案是  $\frac{-7}{50}$  時，則考生必須分別在答題卷的第 19-1 列的  $\square$  與

第 19-2 列的  $\square$  劃記，如：

19-1	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	-	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
19-2	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

選擇(填)題計分方式：

- 單選題：每題有  $n$  個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項。各題答對者，得該題的分數；答錯、未作答或劃記多於一個選項者，該題以零分計算。
- 多選題：每題有  $n$  個選項，其中至少有一個是正確的選項。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得該題全部的分數；答錯  $k$  個選項者，得該題  $\frac{n-2k}{n}$  的分數；但得分低於零分或所有選項均未作答者，該題以零分計算。
- 選填題每題有  $n$  個空格，須全部答對才給分，答錯不倒扣。

### 祝考試順利



版權所有 · 翻印必究

## 第壹部分、選擇（填）題（占 78 分）

### 一、單選題（占 30 分）

說明：第 1 題至第 6 題，每題 5 分。

1. 若矩陣  $\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$  滿足： $a_{11}, a_{12}, a_{21}, a_{22} \in \{-1, 1\}$ ，且  $a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21} = 0$ ，則這樣相異

的矩陣共有幾個？

- (1) 4 個
  - (2) 5 個
  - (3) 6 個
  - (4) 8 個
  - (5) 9 個
2. 設函數  $f(x) = g(x) + x^2$ ，函數圖形  $y = g(x)$  在點  $(1, g(1))$  處的切線方程式為  $y = 2x + 1$ ，則函數圖形  $y = f(x)$  在點  $(1, f(1))$  處的切線斜率為何？
- (1) 4
  - (2)  $-\frac{1}{4}$
  - (3) 2
  - (4)  $-\frac{1}{2}$
  - (5) -2

3. 丟擲一顆質地均勻的正四面骰子 (骰子為正四面體，四個面上的數字分別為 1, 2, 3, 4)。若骰子與桌面接觸面上的數字為 1 或 2 時，則再丟擲一次，否則停止丟擲 (最多丟擲 2 次)，則丟擲骰子時，與桌面接觸面的點數之和 (包含丟擲 1 次與 2 次) 至少為 4 的機率為何？

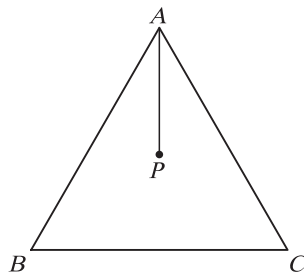
- (1)  $\frac{7}{16}$
- (2)  $\frac{9}{16}$
- (3)  $\frac{3}{8}$
- (4)  $\frac{5}{16}$
- (5)  $\frac{5}{8}$

4. 已知正三角形  $ABC$  的邊長為 6,  $P$  為  $\triangle ABC$  內部或邊界上一點。若

$$\vec{AP} = \alpha \vec{AB} + \beta \vec{AC}, \quad 0 \leq \alpha \leq 1, \quad 0 \leq \beta \leq 1, \quad \text{且 } 3\alpha + 4\beta = 2, \text{ 則 } P \text{ 點到直}$$

線  $BC$  距離的最大值為何？

- (1)  $2\sqrt{3}$
- (2) 3
- (3)  $3\sqrt{3}$
- (4)  $\frac{3\sqrt{3}}{2}$
- (5)  $\frac{3}{2}$



5. 已知  $a > 0, b > 0$ , 若直線  $L_1: ax + by - 2 = 0$  與直線  $L_2: 2x + \left(3 - \frac{1}{b}\right)y + 1 = 0$  垂直, 則

$ab$  的最大值為何？

- (1)  $\frac{\sqrt{6}}{6}$
- (2)  $\frac{\sqrt{6}}{12}$
- (3)  $\frac{1}{24}$
- (4)  $\frac{3}{2}$
- (5)  $\frac{2}{3}$

6. 設正數  $a, b$  滿足  $\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 + ax - b) = 4$ ，則  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a^{n+1} + ab^{n-1}}{a^{n-1} + 2b^n} = ?$

- (1) 0
- (2)  $\frac{1}{4}$
- (3)  $\frac{1}{2}$
- (4) 1
- (5) 4

## 二、多選題 (占 24 分)

說明：第 7 題至第 9 題，每題 8 分。

7. 已知 5 組變量  $(x_i, y_i)$  數據如下表：

$x$	1	2	3	4	5
$y$	5	$m$	8	9	10.5

若  $y$  對  $x$  的最適 (迴歸) 直線方程式為  $y = 1.25x + 4.25$ ，試選出正確的選項。

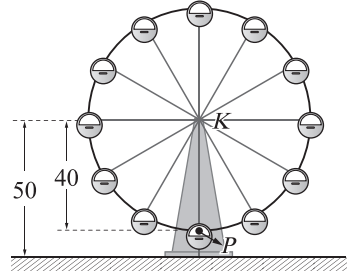
( $\mu_x$ ：數據  $x$  的算術平均數， $\mu_y$ ：數據  $y$  的算術平均數， $\sigma_x$ ：數據  $x$  的標準差， $\sigma_y$ ：數據  $y$  的標準差， $r_{x,y}$ ：數據  $x$  與  $y$  的相關係數， $r_{x',y'}$ ：數據  $x'$  與  $y'$  的相關係數)

- (1)  $x$  與  $y$  為正相關
- (2)  $m = 6.75$
- (3)  $\mu_y = 8$
- (4) 若  $x' = 3x + 1$ ， $y' = \frac{3}{2}y + \frac{1}{2}$ ，則  $r_{x',y'} > r_{x,y}$
- (5)  $\frac{\sigma_y}{\sigma_x} > 1$

8. 已知兩點  $A(0, 2)$ ， $B(1, 1)$ ，且  $P$  點在圓  $(x-2)^2 + y^2 = 4$  上， $C$  為圓心，試選出下列敘述中正確的選項。

- (1)  $\overline{PA} + \overline{PB}$  的最小值為  $\sqrt{2}$
- (2)  $|\overline{PA} - \overline{PB}|$  的最大值為  $\sqrt{2}$
- (3) 滿足  $\angle APB = \frac{\pi}{2}$  的  $P$  點有 2 個
- (4) 當  $\angle PAB$  最大時， $\triangle PAB$  的面積為  $\sqrt{2}$
- (5)  $\triangle PAB$  面積的最大值為  $\sqrt{2}$

9. 如右圖，摩天輪的半徑為 40 公尺， $K$  點為摩天輪的中心，距離地面的高度為 50 公尺，摩天輪按逆時針方向做等速轉動，每 30 分鐘轉一圈。已知摩天輪上  $P$  點的起始位置在最低點處，現在以函數  $y = a \sin(\omega t + \theta) + k$  (其中  $a, \omega, k$  為正數， $0 \leq \theta < 2\pi$ ) 描述車廂在轉動  $t$  分鐘時所在的高度為  $y$  公尺，試選出下列敘述中正確的選項。



- (1) 轉動後經過 15 分鐘， $P$  點首次到達最高點
- (2) 從第 10 分鐘到第 20 分鐘，摩天輪上的  $P$  點距離地面的高度一直在升高
- (3) 在摩天輪轉動的一圈內，有 10 分鐘的時間  $P$  點距離地面的高度超過 70 公尺
- (4)  $\omega = \frac{\pi}{15}$
- (5)  $\theta = \frac{\pi}{2}$

三、選填題 (占 24 分)

說明：第 10 題至第 13 題，每題 6 分。

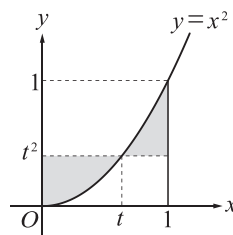
10. 設  $-3 \leq x \leq -2$ ，則  $\frac{8^{-\frac{2}{3}x+1}}{2^{x^2}}$  的最大值為 10。

11. 小明在某不透明的盒子中放入 4 顆紅球、4 顆黑球，共 8 顆球。隨機搖晃後，已知每球被取出的機會均等，小明從中取出 1 顆球丟掉(未看被丟掉球的顏色)。現從剩下的 7 顆球中取出 2 顆球，結果都是紅球，則丟掉的球也是紅球的機率為  $\frac{\textcircled{11-1}}{\textcircled{11-2}}$ 。(化為最簡分數)

12. 設  $i = \sqrt{-1}$ ， $a$  為實數，若  $\omega = \left(\frac{a+i}{1+i}\right)^2$ ，其中  $\omega$  的實部為 2，則  $\omega$  的虛部為  $\frac{\textcircled{12-1} \textcircled{12-2}}{\textcircled{12-3}}$ 。(化為最簡分數)

13. 如右圖，由曲線  $y=x^2$  和直線  $y=t^2$  ( $0 < t < 1$ )， $x=1$ ， $x=0$  所圍成的圖形

(陰影部分) 面積的最小值為  $\frac{\textcircled{13-1}}{\textcircled{13-2}}$ 。(化為最簡分數)



### 第貳部分、混合題或非選擇題 (占 22 分)

說明：本部分共有 2 題組，單選題每題 3 分，多選題每題 4 分，非選擇題配分標於題末。限在答題卷標示題號的作答區內作答。選擇 (填) 題與「非選擇題作圖部分」使用 2B 鉛筆作答，更正時以橡皮擦擦拭，切勿使用修正帶 (液)。非選擇題請由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

#### 14-15 題為題組

有一種候鳥每年都按一定的路線遷徙，飛往繁殖地產卵。科學家經過測量發現候鳥的飛行速度 (單位：公里 / 分) 可以表示為函數  $v = \frac{1}{2} \log_3 \frac{x}{100} - \log x_0$ ，其中  $x$  表示候鳥每分鐘耗氧量的單位數， $x_0$  表示測量過程中候鳥每分鐘的耗氧偏差。試回答下列問題：

14. 若  $x_0 = 5$ ，候鳥停下休息時，牠每分鐘的耗氧量約為多少個單位？(單選題，3 分)

- (1) 374 個單位
- (2) 417 個單位
- (3) 466 個單位
- (4) 520 個單位
- (5) 580 個單位

15. 若雄鳥的飛行速度為 2.5 公里 / 分，雌鳥的飛行速度為 1.5 公里 / 分，且雄鳥與雌鳥的耗氧偏差相同，則此時雄鳥每分鐘的耗氧量是雌鳥每分鐘耗氧量的多少倍？(非選擇題，5 分)

16-18 題為題組

已知函數  $f(x) = ax^3 - bx + 4$ ， $y = f(x)$  在  $x = 2$  處取得極小值為  $-\frac{4}{3}$ ，試回答下列問題：

16. 下列哪些選項是正確的？(多選題，4 分)

- (1)  $0 < a < 1$
- (2)  $b < 0$
- (3)  $b = 12a$
- (4) 函數  $y = f(x)$  圖形的反曲點坐標為  $(0, 0)$
- (5) 函數  $y = f(x)$  在  $x = 1$  附近會近似於直線  $y = -4x + 4$

17. 過  $P(1, 0)$  作函數  $y = f(x)$  圖形的切線，其中一條切線過對稱中心，試求另一條切線與函數  $y = f(x)$  圖形相切的切點坐標。(非選擇題，5 分)

18. 若方程式  $f(x) + k = 0$  恰有一個實數根，試求  $k$  的取值範圍。(非選擇題，5 分)

### 參考公式及可能用到的數值

1. 首項為  $a$ ，公差為  $d$  的等差數列前  $n$  項之和為  $S = \frac{n(2a + (n-1)d)}{2}$

首項為  $a$ ，公比為  $r$  ( $r \neq 1$ ) 的等比數列前  $n$  項之和為  $S = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$

2. 級數和： $\sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ ； $\sum_{k=1}^n k^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$

3.  $\triangle ABC$  的正弦定理： $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$  ( $R$  為  $\triangle ABC$  外接圓半徑)

$\triangle ABC$  的餘弦定理： $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$

4. 一維數據  $X$ ： $x_1, x_2, \dots, x_n$ ，

算術平均數  $\mu_X = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$ ；標準差  $\sigma_X = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu_X)^2} = \sqrt{\frac{1}{n} \left( \sum_{i=1}^n x_i^2 - n\mu_X^2 \right)}$

5. 二維數據  $(X, Y)$ ： $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$ ，

相關係數  $r_{X,Y} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu_X)(y_i - \mu_Y)}{n \sigma_X \sigma_Y}$

最適直線 (迴歸直線) 方程式  $y - \mu_Y = r_{X,Y} \times \frac{\sigma_Y}{\sigma_X} (x - \mu_X)$

6. 參考數值： $\sqrt{2} \approx 1.414$ ， $\sqrt{3} \approx 1.732$ ， $\sqrt{5} \approx 2.236$ ， $\sqrt{6} \approx 2.449$ ， $\pi \approx 3.142$   
 $3^{1.2} \approx 3.74$ ， $3^{1.3} \approx 4.17$ ， $3^{1.4} \approx 4.66$ ， $3^{1.5} \approx 5.20$ ， $3^{1.6} \approx 5.80$ ，  
 $10^{0.66} \approx 4.57$ ， $10^{0.67} \approx 4.68$

7. 對數值： $\log 2 \approx 0.3010$ ， $\log 3 \approx 0.4771$ ， $\log 5 \approx 0.6990$ ， $\log 7 \approx 0.8451$