

北北基高級中等學校
114 學年度學科能力測驗聯合模擬考試
數學 B 考科

請於考試開始鈴響起，在答題卷簽名欄位以正楷簽全名

—作答注意事項—

考試範圍：第一～二冊、數學 B 第三冊

考試時間：100 分鐘

作答方式：

- 選擇（填）題用 2B 鉛筆在「答題卷」上作答；更正時以橡皮擦擦拭，切勿使用修正帶（液）。
- 除題目另有規定外，非選擇題用筆尖較粗之黑色墨水的筆在「答題卷」上作答；更正時，可以使用修正帶（液）。
- 考生須依上述規定劃記或作答，若未依規定而導致答案難以辨識或評閱時，恐將影響成績。
- 答題卷每人一張，不得要求增補。
- 選填題考生必須依各題的格式填答，且每一個列號只能在一個格子劃記。請仔細閱讀下面的例子。

例：若答案格式是 $\frac{(18-1)}{(18-2)}$ ，而依題意計算出來的答案是 $\frac{3}{8}$ ，則考生必須分別在答題卷上的第 18-1

列的 $\frac{3}{8}$ 與第 18-2 列的 $\frac{8}{8}$ 劃記，如：

18-1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
18-2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±

例：若答案格式是 $\frac{(19-1)(19-2)}{50}$ ，而答案是 $\frac{-7}{50}$ 時，則考生必須分別在答題卷的第 19-1 列的 $\frac{-}{50}$ 與

第 19-2 列的 $\frac{7}{50}$ 劃記，如：

19-1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
19-2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±

選擇(填)題計分方式：

- 單選題：每題有 n 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項。各題答對者，得該題的分數；答錯、未作答或劃記多於一個選項者，該題以零分計算。
- 多選題：每題有 n 個選項，其中至少有一個是正確的選項。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得該題全部的分數；答錯 k 個選項者，得該題 $\frac{n-2k}{n}$ 的分數；但得分低於零分或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

- 選填題每題有 n 個空格，須全部答對才給分，答錯不倒扣。

※試題中參考的附圖均為示意圖，試題後附有參考公式及數值。

祝考試順利



99362318-34

版權所有・翻印必究

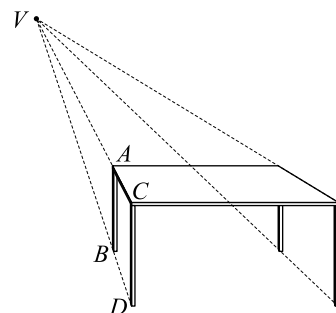
第壹部分、選擇（填）題（占 85 分）

一、單選題（占 35 分）

說明：第 1 題至第 7 題，每題 5 分。

1. 就讀美術班的蒂亞將家裡廚房中的餐桌以單點透視的手法呈現在畫紙上，右圖即為此張餐桌的單點透視圖。已知在此透視圖中， V 是消失點， $\overline{VA} = 8$ ， $\overline{AC} = 2$ ， $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ 。若圖中其中一根桌腳 $\overline{AB}$ 長為 4，則另一根桌腳 $\overline{CD}$ 長為下列何者？

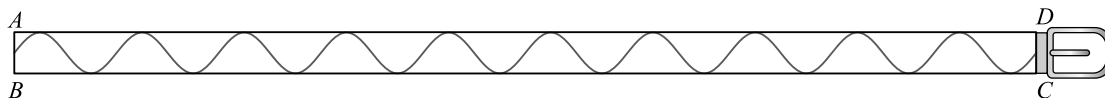
(1) 4.5 (2) 5 (3) 5.5 (4) 6 (5) 6.5



2. 喬治為了準備期末的社團成果展，特別與團員於星期日相約在文化中心練習舞蹈，練習順序為 A 段舞蹈 $\rightarrow B$ 段舞蹈 $\rightarrow C$ 段舞蹈，三段練習完後才休息 5 分鐘，接著繼續練習 D 段舞蹈 $\rightarrow E$ 段舞蹈，兩段練習完後再休息 5 分鐘，然後再從 A 段舞蹈繼續依此方式循環練習。已知 A 、 B 、 C 、 D 、 E 五段舞蹈的練習時間依序為 2 分鐘、2 分鐘、4 分鐘、3 分鐘、2 分鐘。若喬治與團員從早上 8 點整開始練習，則早上 9 點 10 分時，喬治與團員正在練習下列哪段舞蹈？

(1) A 段 (2) B 段 (3) C 段 (4) D 段 (5) E 段

3. 設函數 $f(x) = 2 \sin \frac{\pi x}{5}$ ，今克斯將 $y = f(x)$ 的圖形設計在皮帶上，如下圖：



已知皮帶上恰為 $y = f(x)$ 十個週期的圖形（即圖形最左端點位於 $\overline{AB}$ 上、最右端點位於 $\overline{CD}$ 上），且 $y = f(x)$ 圖形的最高點位於 $\overline{AD}$ 上，最低點位於 $\overline{BC}$ 上。若圖形中的一單位長代表實際長度 1 公分，則此條皮帶（不含皮帶扣環）的長 $\overline{AD}$ 與寬 $\overline{AB}$ 各為多少公分？

(1) 長為 4π 公分、寬為 2 公分 (2) 長為 100 公分、寬為 2 公分
(3) 長為 10π 公分、寬為 4 公分 (4) 長為 100 公分、寬為 4 公分
(5) 長為 100π 公分、寬為 4 公分

4. 設 a 為實數，已知坐標平面上滿足聯立不等式
$$\begin{cases} 3x-4y+2 \geq 0 \\ x+2y-4 \geq 0 \\ ax-y-7 \leq 0 \end{cases}$$
 的區域是一個直角三角形，

試問下列何者正確？

(1) $-3 < a < \frac{-5}{3}$

(2) $\frac{-5}{3} < a < -1$

(3) $0 < a < \frac{5}{8}$

(4) $\frac{5}{8} < a < \frac{5}{3}$

(5) $\frac{5}{3} < a < 3$

5. 晨美有塊三角形土地 $\triangle ABC$ ，已知經測量後發現 $\overline{AB} + \overline{AC} = 60$ (公尺)，且 $\angle BAC = \frac{\pi}{6}$ 。試

問此塊三角形土地面積的最大值為下列何者？

(1) 125 平方公尺

(2) 200 平方公尺

(3) $125\sqrt{3}$ 平方公尺

(4) 225 平方公尺

(5) $225\sqrt{3}$ 平方公尺

6. 在坐標平面上，設兩直線 L_1 與 L_2 交於點 $A(-3, -1)$ ，其中向量 $(1, -7)$ 為直線 L_1 的一個法向量。已知直線 L_1 與 x 軸交於點 B 、直線 L_2 與 y 軸交於點 C ，且 $\overline{AC} = 5$ ， $\angle BAC = \frac{\pi}{4}$ ，則 $\overline{BC}$ 長為下列何者？

(1) 4

(2) $3\sqrt{2}$

(3) 5

(4) $5\sqrt{2}$

(5) 10

7. 美髮設計師通常需學習剪髮、染髮、燙髮、造型、服務及多元美感的養成，假設每位新進學徒學習其相關課程 x 個月後，學得美髮設計師所應具備的能力百分比為 $f(x) = (1 - 2^{-ax}) \times 100\%$ ，其中 a 為常數。已知新進學徒學習美髮相關課程 4 個月後，學得美髮設計師所應具備的能力百分比為 50%。今有位新進學徒佩萱打算學得美髮設計師所應具備的能力百分比達 90% 以上時，即自行成立美髮工作室，試問佩萱至少需學習美髮相關課程多少個月？

(1) 12 個月

(2) 13 個月

(3) 14 個月

(4) 15 個月

(5) 16 個月

二、多選題（占 25 分）

說明：第 8 題至第 12 題，每題 5 分。

8. 試問下列哪些選項中的三數可為一個三角形的三邊長？

- (1) $\log \frac{1}{2}$, $\log \frac{1}{2}$, $\log \frac{1}{2}$
- (2) $\log 1$, $\log 2$, $\log 2$
- (3) $\log 2$, $\log 3$, $\log 5$
- (4) $\log 3$, $\log 3$, $3 \log 2$
- (5) $\log 3$, $2 \log 2$, $\log 12$

9. 設 $f(x)$, $g(x)$ 為實係數三次多項式，已知 $f(x)$ 除以 $x^2 - 2x - 3$ 的餘式與 $g(x)$ 除以 $x^2 - 2x - 3$ 的餘式均為 $x + 1$ ，試選出正確的選項。

- (1) $f(x)$ 可被 $x + 1$ 整除
- (2) $f(x)$ 除以 $x - 3$ 的餘式為 4
- (3) $f(x)$ 除以 $x - 1$ 的餘式與 $g(x)$ 除以 $x - 1$ 的餘式相等
- (4) $f(x) - g(x)$ 可被 $x^2 - 2x - 3$ 整除
- (5) $f(x)g(x)$ 除以 $x^2 - 2x - 3$ 的餘式為 $4x + 4$

10. 設二次函數 $f(x) = ax^2 + bx + 4$ ，其中 a , b 均為實數。已知當 $2 \leq x \leq 6$ 時，有兩個相異值 x_1 , x_2 (其中 $x_1 < x_2$) 使得 $f(x)$ 有最小值為 16，即 $f(x_1) = f(x_2) = 16$ ，試選出正確的選項。

- (1) $y = f(x)$ 的圖形與 y 軸交點的 y 坐標大於 10
- (2) $a < 0$
- (3) $y = f(x)$ 的圖形與 x 軸不相交
- (4) $b = 8$
- (5) 二次函數 $f(x)$ 的最大值為 20

11. 史田在情人節當天晚上買了四個相同的杯子蛋糕回家給太太與兩位女兒，太太打算以投擲一枚均勻的硬幣四次來分配四個杯子蛋糕，其分配原則如下：

- (i) 若出現 4 次正面或 4 次反面，則太太可分得四個杯子蛋糕。
- (ii) 若出現 2 次正面 2 次反面，則太太可分得兩個杯子蛋糕，而兩個女兒各分得一個杯子蛋糕。
- (iii) 若出現 3 次正面 1 次反面，則大女兒可分得三個杯子蛋糕，而小女兒可分得一個杯子蛋糕。
- (iv) 若出現 1 次正面 3 次反面，則小女兒可分得三個杯子蛋糕，而大女兒可分得一個杯子蛋糕。

設太太、大女兒、小女兒分得杯子蛋糕個數的期望值分別為 E_1 、 E_2 、 E_3 ，試選出正確的選項。

(1) 太太分得四個杯子蛋糕的機率為 $\frac{1}{8}$

(2) 太太未分得杯子蛋糕的機率為 $\frac{13}{16}$

(3) $E_1 = \frac{5}{4}$

(4) $E_1 + E_2 + E_3 = 4$

(5) $E_2 < 1$

12. 某班有 20 位同學參加數學 B 學測模擬考，其中試題的最後一大題為混合題 (15 分)，包含一題單選題 (3 分) 與兩題非選擇題 (各 6 分)，而單選題有 5 個選項，答錯、未作答或劃記多於一個選項者，均以零分計算；非選擇題作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分，未作答者以零分計算。已知該班只有美穗在混合題部分得到 15 分，其餘 19 位同學在混合題部分僅有單選題作答，另兩題非選擇題均未作答。數學老師統計分數時發現全班在混合題部分的平均分數為 3 分，試問下列有關該班在混合題部分的相關敘述哪些是正確的？

(1) 若以任意猜答的方式來答題，則猜對該題單選題的機率為 $\frac{1}{4}$

(2) 若該題單選題以任意猜答的方式來答題，則此題單選題得分數的期望值為 $\frac{3}{5}$ 分

(3) 全班在混合題部分的分數為 0 分的人數超過 5 人

(4) 全班在混合題部分的分數之第 12 百分位數為 3 分

(5) 全班在混合題部分的分數之標準差為 3 分

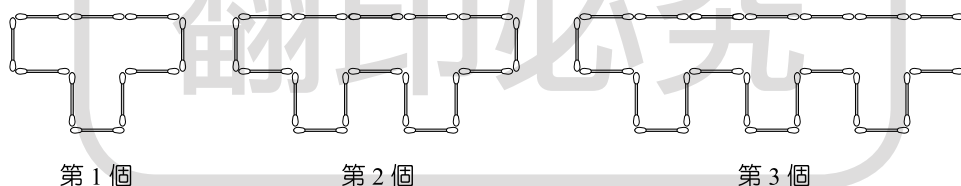
三、選填題（占 25 分）

說明：第 13 題至第 17 題，每題 5 分。

13. 已知千雅家、陸義咖啡店、百蓉家位於同一條筆直的道路，其中陸義咖啡店位於千雅家與百蓉家之間，且千雅與百蓉兩人住家相距 10 公里。今在段考前一天兩人相約在陸義咖啡店溫習功課，並於傍晚時兩人同時離開，且千雅與百蓉分別以每小時 15 公里與 10 公里的速率各自朝著自己住家直線前進。若兩人返家所花的時間總和不超過 45 分鐘，則陸義咖啡店與千雅家的距離之最小值為 13-1. 13-2 公里。

14. 在坐標平面上，設 A, B, C 為圓 $\Gamma: (x+2)^2 + y^2 = 9$ 上相異三點，已知 $\overline{AB} = 6$ ，且直線 AC 的方程式為 $2x + 3y + 1 = 0$ 。若直線 BC 的斜角為 θ ，則 $\tan \theta = \frac{14-1}{14-2}$ 。(化為最簡分數)

15. 堀田用棉花棒依照下列的規律拼成若干圖形：



例如：同時拼出第 1 個圖到第 3 個圖需用到 48 根棉花棒，則同時拼出第 1 個圖到第 10 個圖需用到 15-1. 15-2. 15-3 根棉花棒。

16. 佳恩的房間中有 A, B 兩面牆壁均有發生油漆脫落的現象，已知要處理此問題，必須先「刨除舊漆」，再「批土填補」，最後才能「重新上漆」。若每面牆都必須先後經過這三個程序，但同面牆的這三個程序不一定要接連處理，例如其處理順序可為：
 B 面牆壁「刨除舊漆」→ B 面牆壁「批土填補」→ A 面牆壁「刨除舊漆」
→ B 面牆壁「重新上漆」→ A 面牆壁「批土填補」→ A 面牆壁「重新上漆」。
今佳恩依此原則處理 A, B 兩面牆壁，則共有 16-1. 16-2 種不同的處理順序。

17. 在四邊形 $ABCD$ 中，已知 $\vec{AB} = \vec{DC}$ ， $\vec{AC} \cdot \vec{BD} = 0$ ，若 $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = 2\sqrt{5}|\vec{AB} + \vec{AD}|$ ，則

$$|\vec{AC}| = \frac{\sqrt{17-1}\sqrt{17-2}}{\quad} \text{。 (化為最簡根式)}$$

第貳部分、混合題或非選擇題（占 15 分）

說明：本部分共有 1 題組，單選題每題 3 分，非選擇題配分標於題末。限在答題卷標示題號的作答區內作答。選擇題與「非選擇題作圖部分」使用 2B 鉛筆作答，更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正帶（液）。非選擇題請由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

18-20 題為題組

某保養品公司共有 7 位員工，韓希與恩瑜為其中兩位。韓希因為負責舉辦今年的員工旅遊，所以幫大家投保旅遊平安險，在整理資料時發現公司 7 位員工的年齡為 7 個連續偶數，且恩瑜的年齡恰為 7 位員工年齡的中位數。已知此公司 7 位員工的年齡總和為 196 歲，試回答下列問題。

18. 試問恩瑜的年齡為下列何者？（單選題，3 分）

- (1) 22 歲
- (2) 24 歲
- (3) 26 歲
- (4) 28 歲
- (5) 30 歲

19. 試求此公司 7 位員工的年齡平方總和。（非選擇題，6 分）

20. 試求此公司 7 位員工年齡的標準差。（非選擇題，6 分）

參考公式及可能用到的數值

1. 首項為 a ，公差為 d 的等差數列前 n 項之和為 $S = \frac{n(2a + (n-1)d)}{2}$
首項為 a ，公比為 $r (r \neq 1)$ 的等比數列前 n 項之和為 $S = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$
2. 求和公式： $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$
3. $\triangle ABC$ 的正弦定理： $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$ (R 為 $\triangle ABC$ 外接圓半徑)
 $\triangle ABC$ 的餘弦定理： $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$
4. 一維數據 $X: x_1, x_2, \dots, x_n$ ，算術平均數 $\mu_X = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \dots + x_n)$
標準差 $\sigma_X = \sqrt{\frac{1}{n}[(x_1 - \mu_X)^2 + (x_2 - \mu_X)^2 + \dots + (x_n - \mu_X)^2]}$
 $= \sqrt{\frac{1}{n}[(x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2) - n\mu_X^2]}$
5. 二維數據 $(X, Y): (x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$ ，
相關係數 $r_{X,Y} = \frac{(x_1 - \mu_X)(y_1 - \mu_Y) + (x_2 - \mu_X)(y_2 - \mu_Y) + \dots + (x_n - \mu_X)(y_n - \mu_Y)}{n\sigma_X\sigma_Y}$
迴歸直線 (最適合直線) 方程式 $y - \mu_Y = r_{X,Y} \frac{\sigma_Y}{\sigma_X} (x - \mu_X)$
6. 參考數值： $\sqrt{2} \approx 1.414$ ， $\sqrt{3} \approx 1.732$ ， $\sqrt{5} \approx 2.236$ ， $\sqrt{6} \approx 2.449$ ， $\pi \approx 3.142$
7. 對數值： $\log 2 \approx 0.3010$ ， $\log 3 \approx 0.4771$ ， $\log 5 \approx 0.6990$ ， $\log 7 \approx 0.8451$