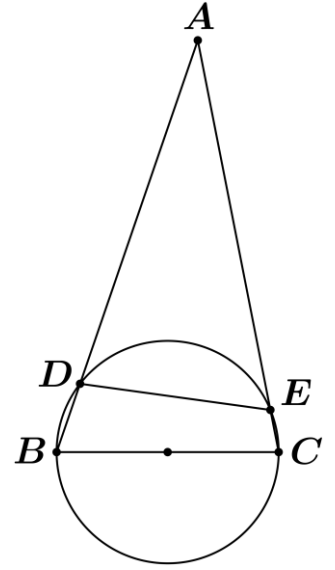


答案須化簡至「最簡分數」或「最簡根式」，並請寫在答案卷上，填充題全對才給分。

一、填充題：每題 6 分，共 78 分

1. 如圖所示，銳角 $\triangle ABC$ 中， $\angle A = 30^\circ$ ，以 $\overline{BC}$ 為直徑作圓，與 $\overline{AB}, \overline{AC}$ 分別交於 D, E 。

連 $\overline{DE}$ 把 $\triangle ABC$ 分別 $\triangle ADE$ 與四邊形 $DBCE$ ，求 $\frac{\text{四邊形 } DBCE \text{ 面積}}{\triangle ADE \text{ 面積}} = ?$



2. 若級數 $7 + 77 + 777 + \cdots + 7777777777 = \frac{a \times (10^b - c)}{81}$ ，其中 a, b, c 為正整數，則序組

$(a, b, c) = ?$

3. 若三個非零實數 $x(y-z)$ 、 $y(z-x)$ 、 $z(y-x)$ 成等比數列，則其公比為何？

4. 解方程式 $\left\lceil \frac{6x+5}{8} \right\rceil = \frac{15x+7}{5}$ 得 $x = ?$ (註：高斯符號 $[k]$ 表示不大於 k 的最大整數)

5. 設整數 x, y, z 皆 ≥ 0 且滿足方程組
$$\begin{cases} x^2 + xy + yz + zx = 3 \\ y^2 + xy + yz + zx = 2 \\ z^2 + xy + yz + zx = 6 \end{cases}$$
，求序組 $(x, y, z) = ?$

6. 有一個三位數，設 a 為百位數， b 為十位數， c 為個位數。若 $c > a$ 或 $c > b$ ，則這樣的三位數有多少個？

7. 設 a, b, c 為非零實數，若 $a + \frac{1}{b} = 5$ ， $b + \frac{1}{c} = 12$ ， $c + \frac{1}{a} = 13$ ，求 $abc + \frac{1}{abc} = ?$

8. 設某天是星期六，則其 10^{10} 天後是星期幾？

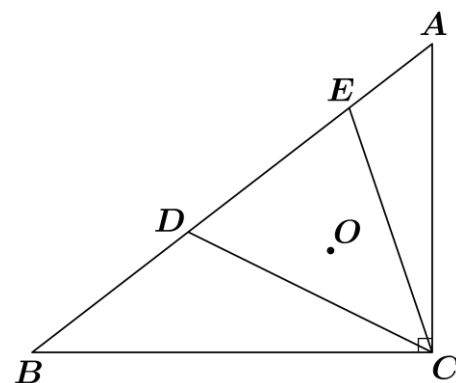
9. 若正整數 k 可使得 $\frac{5k+1}{3k-18}$ 也是正整數，求所有可能的 k 值總和？

10. 方程式 $2x^3 + kx^2 - 3x + 2 = 0$ 的根中有兩根互為倒數，試求 $k = ?$

11. 求 9000 的所有正因數的倒數之和？

12. 將 7 個不同顏色的球，放入 6 個不同的箱子，若每個箱子至少有一個球，則共有幾種不同的放法？
(答案請以數值表示，勿使用階乘或其他數學符號)

13. 如圖，直角 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， D, E 在 $\overline{AB}$ 上且滿足 $\overline{AD} = \overline{AC}$ 、 $\overline{BE} = \overline{BC}$ 、 $\overline{DE} = 6$ ， O 是 $\triangle CDE$ 的外心，求 O 到 $\triangle ABC$ 的三邊的距離總和？

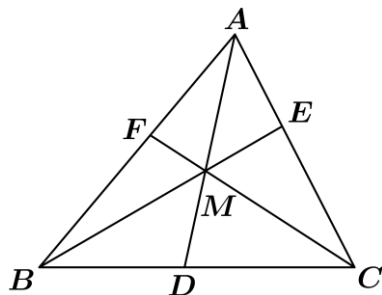


二、計算證明題：共 22 分

14. 設 $A = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{308} + \frac{1}{309}$ ， $B = \frac{308}{1} + \frac{307}{2} + \frac{306}{3} + \dots + \frac{3}{306} + \frac{2}{307} + \frac{1}{308}$ ，求 $\frac{A}{B} = ?$ 【7 分】

15. 如圖，設 M 為 $\triangle ABC$ 內部任一點，且直線 AM, BM, CM 分別交 $\overline{BC}, \overline{AC}, \overline{AB}$ 於 D, E, F 。

證明： $\frac{\overline{AM}}{\overline{MD}} = \frac{\overline{AF}}{\overline{FB}} + \frac{\overline{AE}}{\overline{EC}}$ 。【7 分】



16. 設銳角三角形 $\triangle ABC$ 的三邊長為 a, b, c 。

證明： $\triangle ABC$ 的面積為 $\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ ，其中 $s = \frac{a+b+c}{2}$ 。【8 分】