

數學考科

請於考試開始鈴響起，在答題卷簽名欄位以正楷簽全名

—作答注意事項—

考試範圍：第一～二冊

考試時間：100 分鐘

作答方式：

- 選擇（填）題用 2B 鉛筆在「答題卷」上作答；更正時以橡皮擦擦拭，切勿使用修正帶（液）。
- 除題目另有規定外，非選擇題用筆尖較粗之黑色墨水的筆在「答題卷」上作答；更正時，可以使用修正帶（液）。
- 考生須依上述規定劃記或作答，若未依規定而導致答案難以辨識或評閱時，恐將影響成績。
- 答題卷每人一張，不得要求增補。
- 選填題考生必須依各題的格式填答，且每一個列號只能在一個格子劃記。請仔細閱讀下面的例子。

例：若答案格式是 $\frac{\textcircled{18-1}}{\textcircled{18-2}}$ ，而依題意計算出來的答案是 $\frac{3}{8}$ ，則考生必須分別在答題卷上的第 18-1

列的 $\frac{3}{8}$ 與第 18-2 列的 $\frac{8}{8}$ 劃記，如：

18-1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
18-2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±

例：若答案格式是 $\frac{\textcircled{19-1} \textcircled{19-2}}{50}$ ，而答案是 $\frac{-7}{50}$ 時，則考生必須分別在答題卷的第 19-1 列的 $\frac{-7}{50}$ 與

第 19-2 列的 $\frac{7}{50}$ 劃記，如：

19-1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
19-2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±

選擇(填)題計分方式：

- 單選題：每題有 n 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項。各題答對者，得該題的分數；答錯、未作答或劃記多於一個選項者，該題以零分計算。
- 多選題：每題有 n 個選項，其中至少有一個是正確的選項。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得該題全部的分數；答錯 k 個選項者，得該題 $\frac{n-2k}{n}$ 的分數；但得分低於零分或所有選項均未作答者，該題以零分計算。
- 選填題每題有 n 個空格，須全部答對才給分，答錯不倒扣。

※試題中參考的附圖均為示意圖，試題後附有參考公式及數值。

祝考試順利



99362203-34

版權所有．翻印必究

第壹部分、選擇（填）題（占 85 分）

一、單選題（占 30 分）

說明：第 1 題至第 6 題，每題 5 分。

- 實驗室近期發現一種繁殖迅速的細菌，每日的數量都以 57 % 的增加幅度成長。已知研究人員於 8 月 1 日放入約 1000 隻的細菌到培養皿內培養，持續觀察細菌的數量直到 8 月 31 日 (30 日後)，設最後培養皿內的細菌總數量為 x 隻，請問 x 的範圍為何？
 - $10^5 < x < 10^6$
 - $10^6 < x < 10^7$
 - $10^7 < x < 10^8$
 - $10^8 < x < 10^9$
 - $10^9 < x < 10^{10}$
- 已知 $\sqrt{23+8\sqrt{7}} = a+b$ ，其中 a 為正整數， $0 < b < 1$ ，請問 $\frac{3}{a+3b} = ?$
 - $4+\sqrt{7}$
 - $8+2\sqrt{7}$
 - 7
 - $\sqrt{7}$
 - $\frac{\sqrt{7}}{7}$
- 設三次實係數多項式函數 $f(x)=x^3+bx^2+d$ ，已知 $y=f(x)$ 的圖形與 x 軸相交於 $P(-1, 0)$ 、 $Q(2, 0)$ 兩點，且 $y=f(x)$ 圖形的對稱中心為 M ，又直線 PM 與 $y=f(x)$ 另相交於 R 點，直線 QM 與 $y=f(x)$ 另相交於 S 點，請問 $\triangle MRS$ 的面積為何？
 - 2
 - $\frac{5}{2}$
 - 3
 - $\frac{7}{2}$
 - 4

4. 設 a, b, c 均為正整數，且 $1 < a < b < c < 9$ ，若 $\frac{a}{5}, \frac{b}{10}, \frac{c}{15}$ 三數成等比，則公比為何？

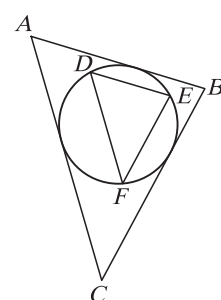
- (1) 2
- (2) 1
- (3) 0.5
- (4) 0.25
- (5) 0.125

5. 家政老師要將甲、乙、丙、丁、戊、己、庚、辛等 8 位學生平分成 4 組，每組 2 人進行料理比賽，基於秩序考量，甲同學不可以跟乙同學同組，且乙同學也不可以跟丙同學同組，還有丙同學也不可以跟丁同學同組，請問老師有多少種分組方法？

- (1) 54 種
- (2) 63 種
- (3) 76 種
- (4) 82 種
- (5) 95 種

6. 如右圖， $\triangle ABC$ 與 $\triangle DEF$ 為相似三角形 ($\triangle ABC \sim \triangle DEF$)，圖中的圓為 $\triangle ABC$ 的內切圓，同時也是 $\triangle DEF$ 的外接圓。若 $\triangle ABC$ 的三邊長長度分別為 $\overline{AB} = 5$ 、 $\overline{BC} = 6$ 、 $\overline{AC} = 7$ ，試求 $\triangle DEF$ 三邊中最長的邊長長度為何？

- (1) $\frac{7}{2}$
- (2) $\frac{10}{3}$
- (3) $\frac{15}{4}$
- (4) $\frac{16}{5}$
- (5) $\frac{25}{6}$



二、多選題（占 25 分）

說明：第 7 題至第 11 題，每題 5 分。

7. 試選出在數線上與點 $\sqrt{120}$ 的距離大於 8，但與點 $\sqrt{5}$ 的距離小於 1 的點。

(1) 點 $10^{\log 2}$

(2) 點 $\left(\frac{1}{3}\right)^{-1}$

(3) 點 100000^0

(4) 點 $\frac{1}{2-\sqrt{3}}$

(5) 點 $\pi-1$

8. 右圖中，坐標平面上 L_1, L_2, L_3 三條直線圍成一個 $\triangle ABC$ ，若此 $\triangle ABC$ 的外接圓圓心為 O_1 ，內切圓圓心為 O_2 ，試選出正確的選項。

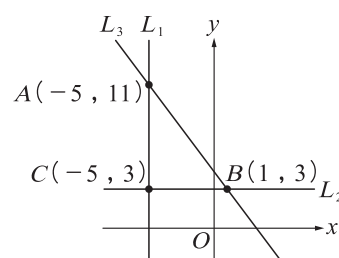
(1) 直線 L_3 的斜率為 $-\frac{4}{3}$

(2) 滿足 $\triangle ABC$ 內部(包含邊界)的聯立不等式為
$$\begin{cases} x+5 \geq 0 \\ y-3 \geq 0 \\ 4x+3y-13 \geq 0 \end{cases}$$

(3) $\triangle ABC$ 的外接圓方程式為 $(x+2)^2 + (y-7)^2 = 25$

(4) $\triangle ABC$ 的外接圓面積為內切圓面積的 $\frac{5}{2}$ 倍

(5) 過 O_1, O_2 的直線方程式為 $y=2x+10$



9. 已知兩實係數多項式函數 $f(x) = -x^2 - 4x + 2$ 與 $g(x) = x^3 + bx^2 + cx + d$ ，若 $y=f(x)$ 圖形的頂點坐標與 $y=g(x)$ 的對稱中心相同，且 $y=g(x)$ 圖形通過原點，試選出正確的選項。

(1) $y=f(x)$ 圖形的頂點坐標為 $(-2, 6)$

(2) 不等式 $f(x) < 0$ 的解為 $-2 - \sqrt{6} < x < -2 + \sqrt{6}$

(3) $b+c+d=11$

(4) $y=g(x)$ 在 $x=-2$ 附近的局部特徵(一次近似)近似於直線 $y=5x$

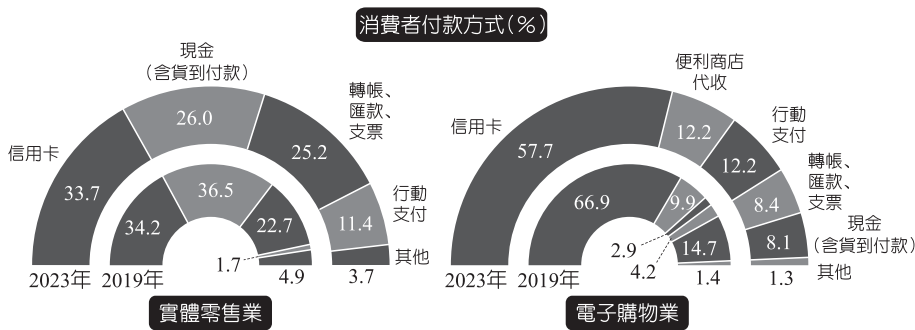
(5) 方程式 $g(x)=0$ 有 3 個整數解

請記得在答題卷簽名欄位以正楷簽全名

10. 已知 $ABCDEF$ 為正六邊形，其中 A 點坐標為 $(0, 0)$ ， B 點坐標為 $(1, 0)$ ， C 點在第一象限，試選出正確的選項。

- (1) C 點坐標為 $\left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$
- (2) 此正六邊形對角線長為 $\sqrt{3}$ 的有 12 條
- (3) 在此正六邊形的六個頂點中隨機選取相異兩點，連接兩點所得線段長為 2 的機率為 $\frac{1}{5}$
- (4) $\triangle ACE$ 的面積為 $\frac{3}{4}\sqrt{3}$
- (5) 在此正六邊形的六個頂點中隨機選取相異三點，連接三點所得三角形面積的期望值為 $\frac{9}{10}\sqrt{3}$

11. 根據經濟部統計處西元 2024 年公布的「當前經濟情勢概況」的資料顯示，在實體零售業與電子購物業中，臺灣消費者付款方式(單位：%)如下。



資料來源：經濟部統計處「批發、零售及餐飲業經營實況調查」

試選出正確的選項。

- (1) 2023 年，不論在實體零售業或電子購物業，臺灣消費者使用「信用卡」付款方式的比例最高
- (2) 2023 年，在實體零售業或電子購物業中，臺灣消費者使用「信用卡」付款方式的比例約為 45.7 %
- (3) 比較 2019 年與 2023 年的電子購物業中，臺灣消費者的付款方式，使用「現金(含貨到付款)」的衰退幅度大於使用「信用卡」，其中
衰退幅度 = $\frac{2023 \text{ 年付款方式}(\%) - 2019 \text{ 年付款方式}(\%)}{2019 \text{ 年付款方式}(\%)}$
- (4) 從 2019 年到 2023 年的實體零售業中，臺灣消費者使用「行動支付」付款方式的年平均成長率為 $\left(\sqrt[4]{\frac{11.4}{1.7}} - 1\right) \times 100 \%$
- (5) 假設在實體零售業中，臺灣消費者使用「行動支付」的付款方式，從 2019 年開始每年的成長率均相同，則到 2027 年時，使用「行動支付」的付款方式將會超過七成

三、選填題（占 30 分）

說明：第 12 題至第 17 題，每題 5 分。

12. 設 $f(x)$ 為實係數多項式，且 $f(x)$ 除以 $x-1$ 的餘式為 5， $f(-1)=-5$ 。若 $f(x)$ 除以 x^2-1 的餘式為 $ax+b$ ，則數對 $(a, b) = \underline{(\textcircled{12-1}), (\textcircled{12-2})}$ 。

13. 由 4 個正整數組成一組數據 x_1, x_2, x_3, x_4 ，其平均數與中位數皆為 2，則此組數據的標準差最大可能值為 $\textcircled{13}$ 。

14. 「菌落」是指單個細菌菌體或孢子在固體培養基上生長繁殖後，所形成肉眼可見的一團細菌群落。依細菌種類不同，菌落表面及邊緣亦有不同的型態。經研究顯示，喝過的瓶裝水存放 5 天後，菌落數由一開始每毫升約有 730 個，激增至每毫升 11,600 個。假設該瓶裝水的菌落數每日皆變成前一天的 k 倍，則 $k = \underline{\textcircled{14-1} \cdot \textcircled{14-2} \textcircled{14-3}}$ 。(四捨五入至小數點後第二位)

15. 已知 a 為 $x^2-4x+1=0$ 的一個實數解，試求 $2a^4-9a^3+9a^2-12a-3+\frac{4}{a^2+1}$ 的值為 $\textcircled{15-1} \textcircled{15-2}$ 。

16. 設坐標平面上 $A(-1, 1)$ ， $B(0, a)$ 兩點，若直線 AB 關於 $y=a$ 對稱的直線 L 與圓 $C: (x-3)^2+y^2=1$ 有交點，則實數 a 的取值範圍是 $a \in \underline{\left[\textcircled{16-1}, \frac{\textcircled{16-2}}{\textcircled{16-3}} \right]}$ 。(化為最簡分數)

17. 設 $\triangle ABC$ 中， $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 的對邊邊長分別為 a 、 b 、 c ，已知 $b^2=ac$ 。若點 D 在 $\overline{AC}$ 邊上，且滿足 $\overline{BD} = \overline{AC}$ ， $\overline{AD} = 3\overline{CD}$ ，試求 $\cos \angle ABC = \underline{\frac{\textcircled{17-1} \textcircled{17-2}}{\textcircled{17-3} \textcircled{17-4}}}$ 。(化為最簡分數)

第貳部分、混合題或非選擇題（占 15 分）

說明：本部分共有 1 題組，單選題每題 3 分，非選擇題配分標於題末。限在答題卷標示題號的作答區內作答。選擇題與「非選擇題作圖部分」使用 2B 鉛筆作答，更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正帶（液）。非選擇題請由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

18-20 題為題組

王先生參加一個 4 天 3 夜的渡假活動，旅行社提供 3 間不同的單人小木屋 A 、 B 、 C 供住宿，參加旅客必須每天在不同的小木屋留宿。例如：王先生「第 1 天住 A 房、第 2 天住 B 房、第 3 天住 C 房」與「第 1 天住 A 房、第 2 天住 C 房、第 3 天住 B 房」視為不同的安排。試回答下列問題。

18. 試問王先生這 3 夜住宿順序的安排方式有幾種？(單選題，3 分)

- (1) 3 種
- (2) 4 種
- (3) 6 種
- (4) 9 種
- (5) 12 種

19. 若王先生這 3 夜的住宿安排順序為「第 1 天住 A 房、第 2 天住 B 房、第 3 天住 C 房」，好朋友丁小姐和呂先生也對該行程有興趣，但兩人不得選擇王先生已選定的小木屋留宿，每人每晚均在不同的木屋住宿，且每間小木屋每晚只能供 1 人住宿。則丁小姐和呂先生這 3 夜的住宿順序有幾種安排的方式？(非選擇題，4 分)

20. 結束旅程後，3 人對此行程非常滿意，決定再次參加此 4 天 3 夜的渡假活動。若此次旅行社共安排 4 間不同的單人小木屋 D 、 E 、 F 、 G 供 3 人住宿，每人每晚均在不同的木屋住宿，且每間小木屋每晚只能供 1 人住宿。此次 3 人一起進行 3 夜的住宿規劃，則 3 人的 3 夜住宿順序有幾種安排的方式？(非選擇題，8 分)

參考公式及可能用到的數值

1. 首項為 a ，公差為 d 的等差數列前 n 項之和為 $S = \frac{n(2a + (n-1)d)}{2}$

首項為 a ，公比為 r ($r \neq 1$) 的等比數列前 n 項之和為 $S = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$

2. $\triangle ABC$ 的正弦定理： $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$ (R 是 $\triangle ABC$ 外接圓半徑)

$\triangle ABC$ 的餘弦定理： $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$

3. 一維數據 $X: x_1, x_2, \dots, x_n$,

算術平均數 $\mu_X = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \dots + x_n)$

$$\begin{aligned}\text{標準差 } \sigma_X &= \sqrt{\frac{1}{n}[(x_1 - \mu_X)^2 + (x_2 - \mu_X)^2 + \dots + (x_n - \mu_X)^2]} \\ &= \sqrt{\frac{1}{n}(x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2) - n\mu_X^2}\end{aligned}$$

4. 二維數據 $(X, Y): (x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$,

$$\text{相關係數 } r_{X,Y} = \frac{(x_1 - \mu_X)(y_1 - \mu_Y) + (x_2 - \mu_X)(y_2 - \mu_Y) + \dots + (x_n - \mu_X)(y_n - \mu_Y)}{n\sigma_X\sigma_Y}$$

$$\text{迴歸直線 (最適直線) 方程式 } y - \mu_Y = r_{X,Y} \frac{\sigma_Y}{\sigma_X} (x - \mu_X)$$

5. 參考數值： $\sqrt{2} \approx 1.414$ ， $\sqrt{3} \approx 1.732$ ， $\sqrt{5} \approx 2.236$ ， $\sqrt{6} \approx 2.449$ ， $\sqrt{7} \approx 2.646$ ，

$$\sqrt{120} \approx 10.954$$

$\pi \approx 3.142$ ， $1.73^5 \approx 15.496$ ， $1.735^5 \approx 15.722$ ， $1.74^5 \approx 15.949$

6. 對數值： $\log 2 \approx 0.3010$ ， $\log 3 \approx 0.4771$ ， $\log 5 \approx 0.6990$ ， $\log 7 \approx 0.8451$ ， $\log 1.57 \approx 0.1959$